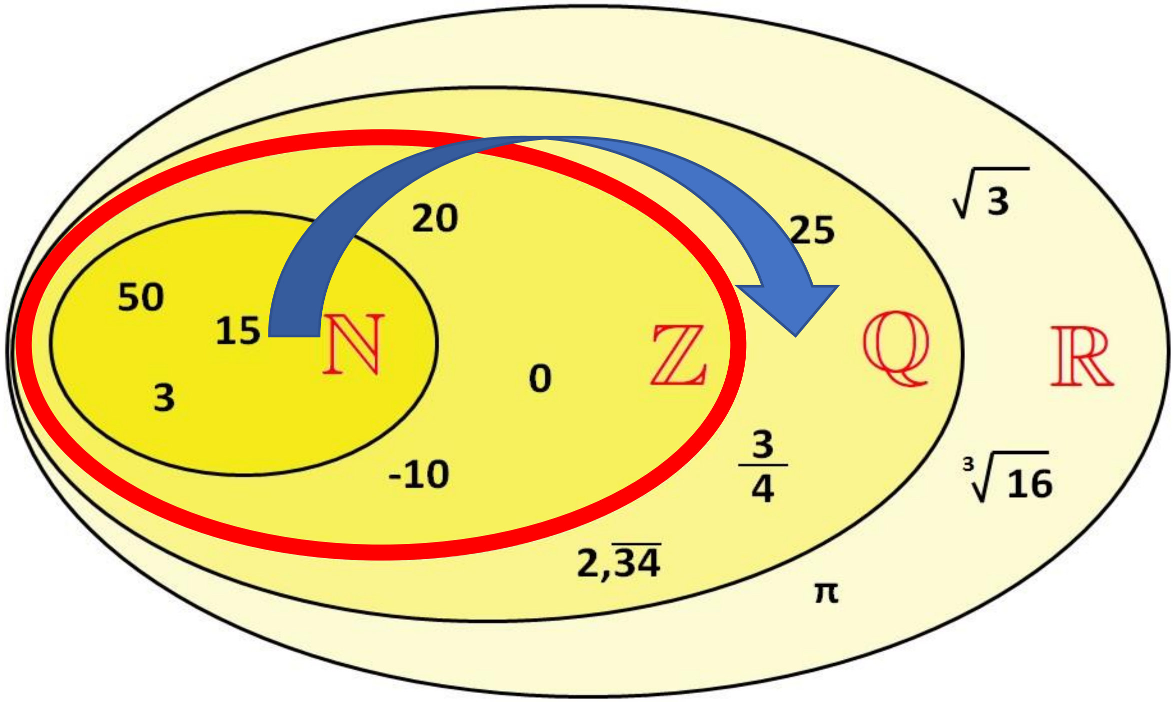
Frazioni: un approccio uni-dimensionale

Silvia Funghi – Università di Pisa

Webinar 23 Giugno 2021

Il salto… fra II, III e IV primaria



Conflitto con i numeri naturali (problemi epistemologici)

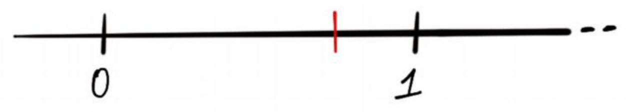
Molte difficoltà derivano dall'**errata generalizzazione di alcune proprietà** dei numeri naturali:

- Nell'insieme delle frazioni, **non posso stabilire univocamente la frazione precedente e la successiva** di una frazione data;
- Il **risultato della moltiplicazione** di un numero per una frazione non è necessariamente un numero maggiore di quello di partenza
- La stessa frazione può essere rappresentata da **scritture simboliche diverse** (frazioni equivalenti)

Differenti significati di frazione (polisemanticità)

Frazioni come parte-tutto

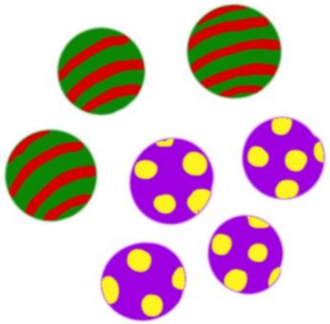
Frazioni come punto su una retta



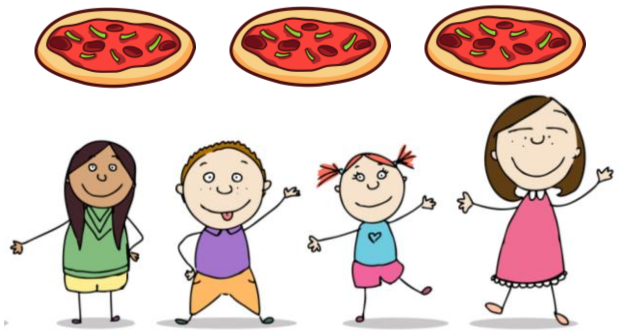
Frazioni come operatore

$\frac{3}{4}$ *di 20*

Frazioni come rapporto



Frazioni come quoziente



Le frazioni

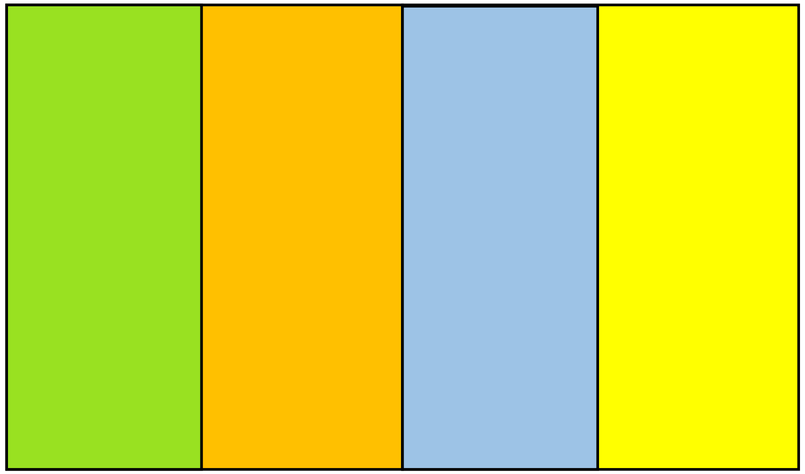
Difficoltà del significato delle frazioni come parte-tutto:

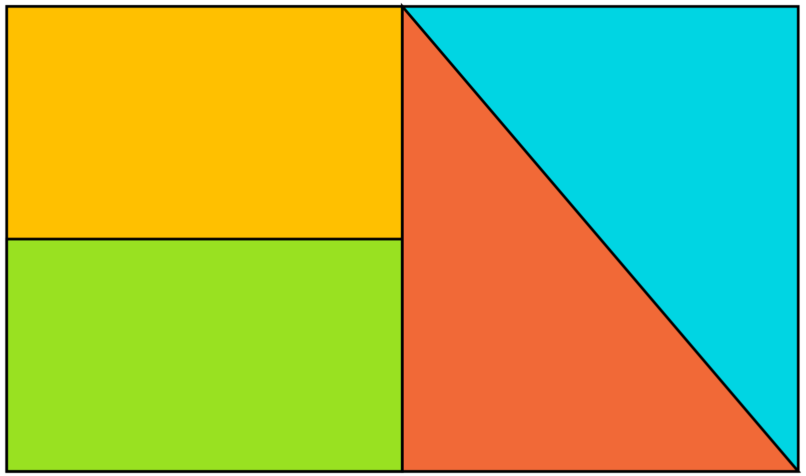
- Significato della parola «**uguale**», «dividere in **parti uguali**»

Le frazioni

Difficoltà del significato delle frazioni come parte-tutto:

- Significato della parola «**uguale**», «dividere in **parti uguali**»
  - Rapporto tra **congruenza** ed **equiestensione** delle parti (concetti che si sviluppano abitualmente in V primaria)

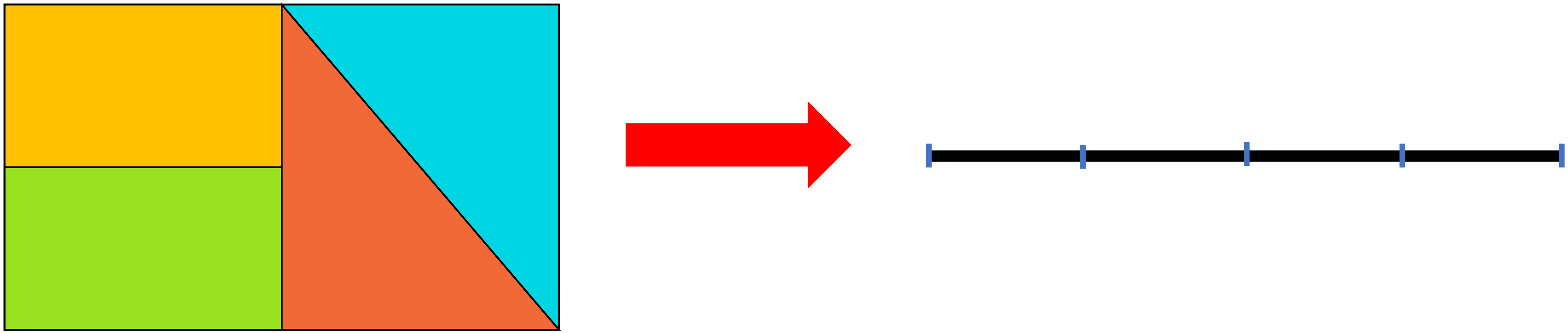




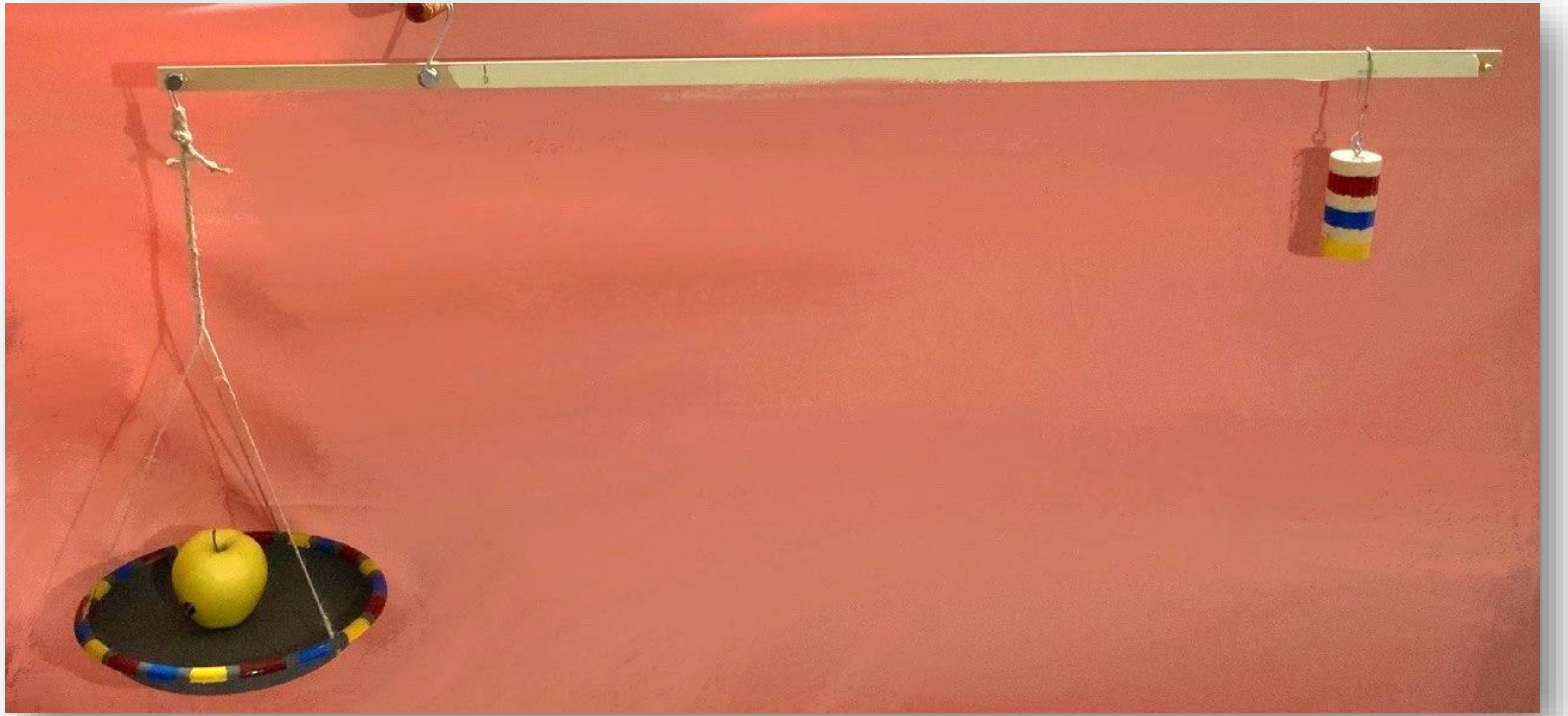
Le frazioni

Difficoltà del significato delle frazioni come parte-tutto:

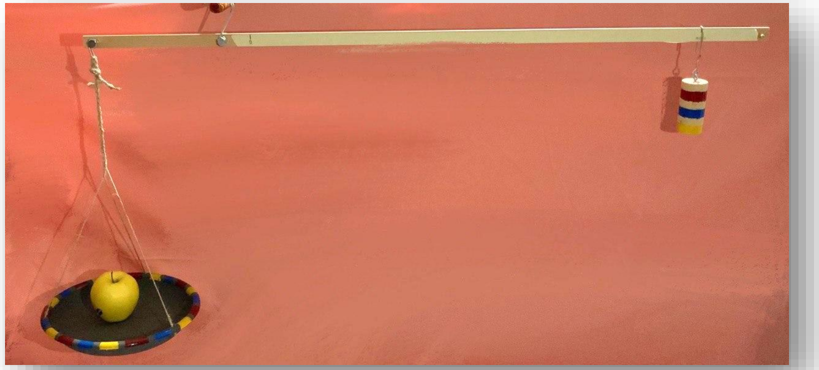
- Significato della parola «**uguale**» «dividere in **parti uguali**»
  - *Presentazione iniziale di oggetti che **privilegiano una dimensione rispetto alle altre** può aiutare ad aggirare questo tipo di problematica*

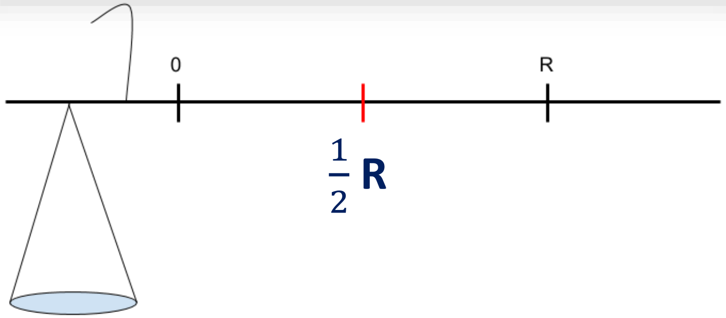


Le frazioni con la stadera



Le frazioni con la stadera





- Molto importante è il passaggio dalla manipolazione dell’artefatto alla rappresentazione che simula la stadera (**rappresentazione situata**), e successivamente la transizione al posizionamento sulla linea dei numeri
- La frazione diventa il *numero* posizionato sulla retta

Le frazioni con la stadera

Attenzione!

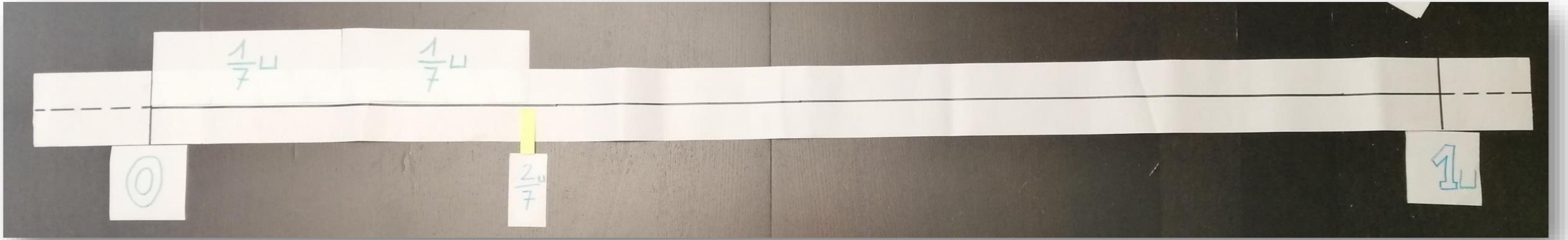
La stadera non viene usata tanto come strumento per pesare, quanto per ragionare sul **rapporto** tra pesi di diversi oggetti e come strumento che consente di manipolare frazioni come **tacche su una linea**:

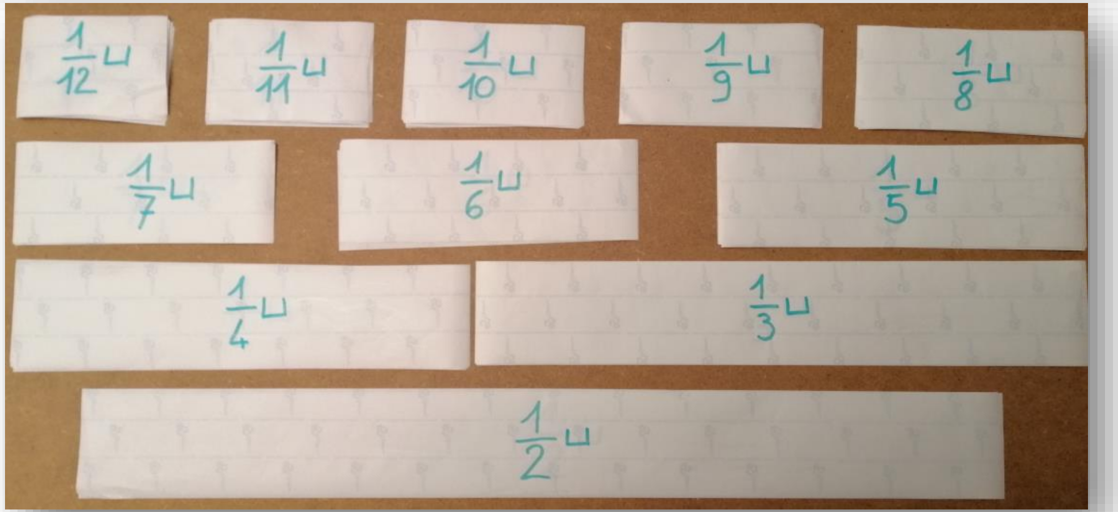
il funzionamento della stadera (posizionamento del romano sul braccio) riflette questi rapporti, trasponendoli come frazioni lungo una linea.

Per approfondire…

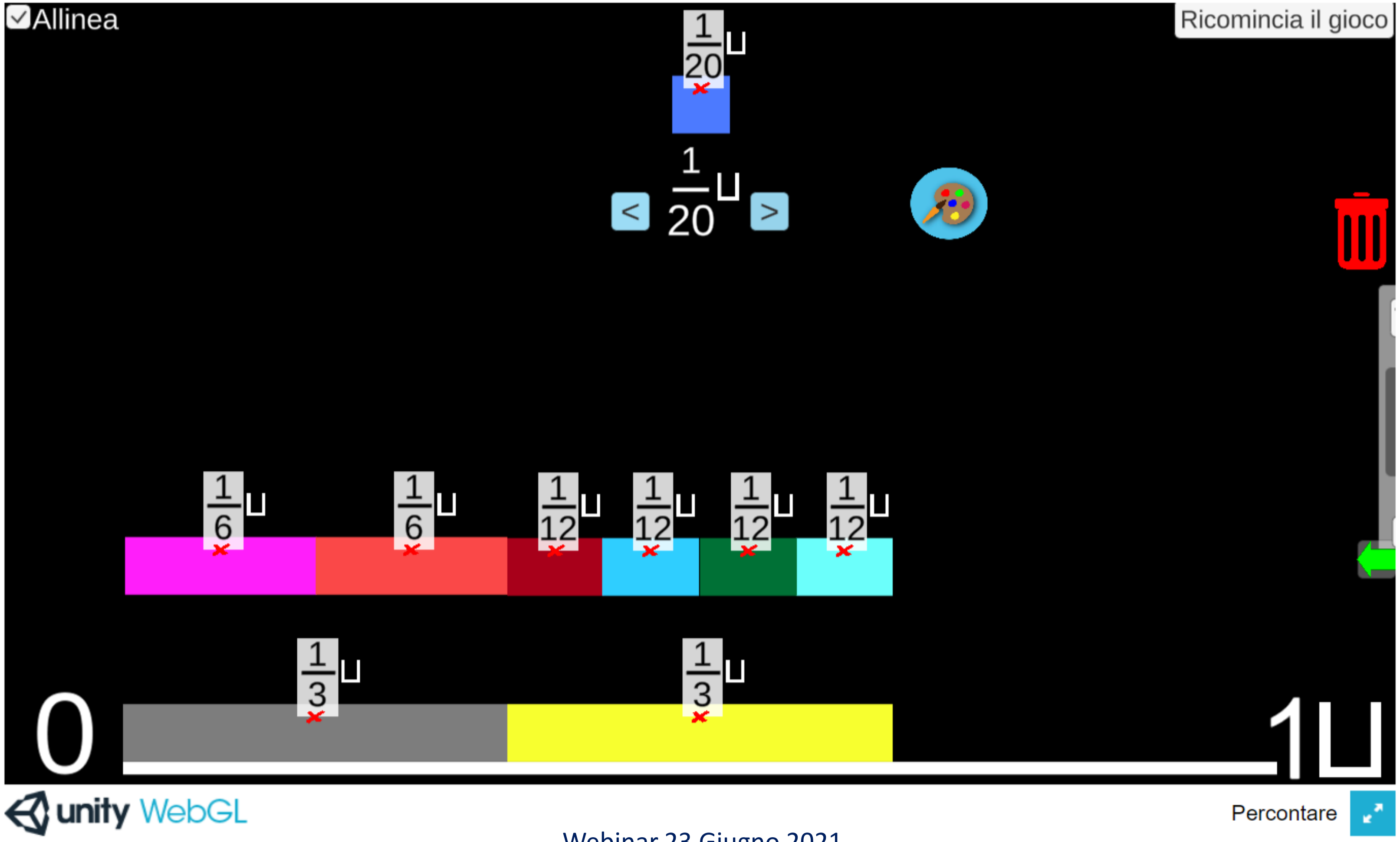
https://www.riconnessioni.it/webinar/nuovi-sviluppi-del-progetto-percontare-la-guida-per-la-classe-terza/

Un nuovo artefatto: la retta delle frazioni

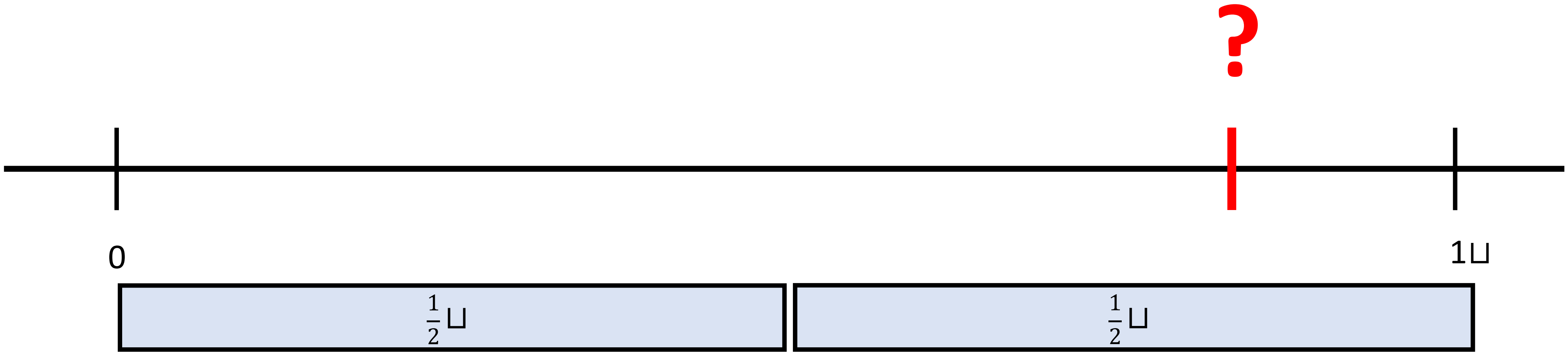




Retta delle frazioni - versione digitale

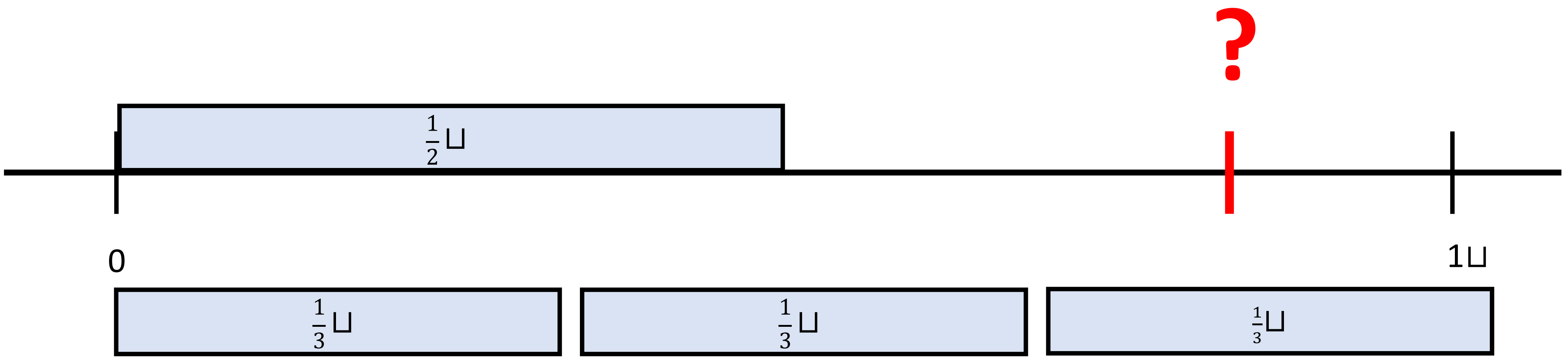


Il cuore del problema



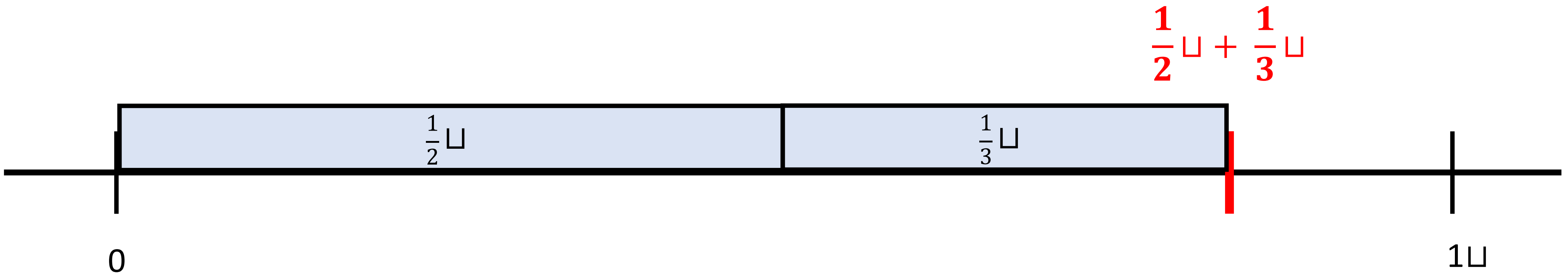
Se ho una tacca sulla retta, che rappresenta un numero razionale, come faccio a capire se e a quale frazione corrisponde?

Il cuore del problema



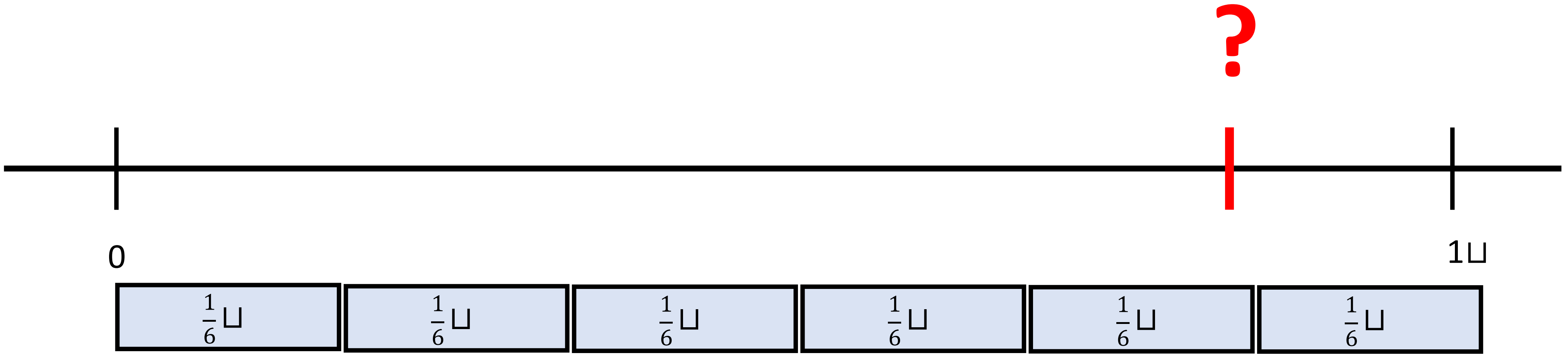
Se ho una tacca sulla retta, che rappresenta un numero razionale, come faccio a capire se e a quale frazione corrisponde?

Il cuore del problema



Se ho una tacca sulla retta, che rappresenta un numero razionale, come faccio a capire se e a quale frazione corrisponde?

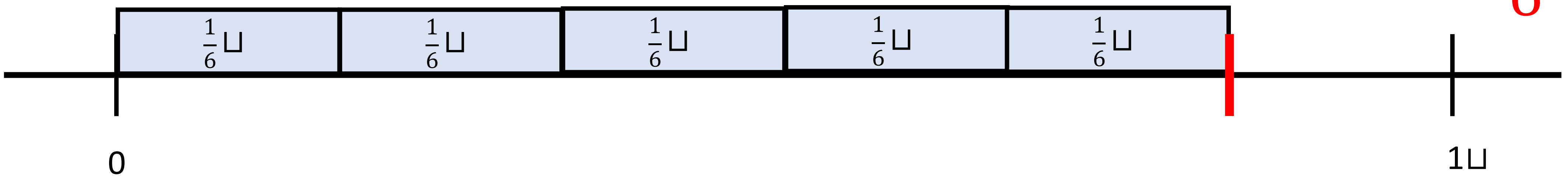
Il cuore del problema



Se ho una tacca sulla retta, che rappresenta un numero razionale, come faccio a capire se e a quale frazione corrisponde?

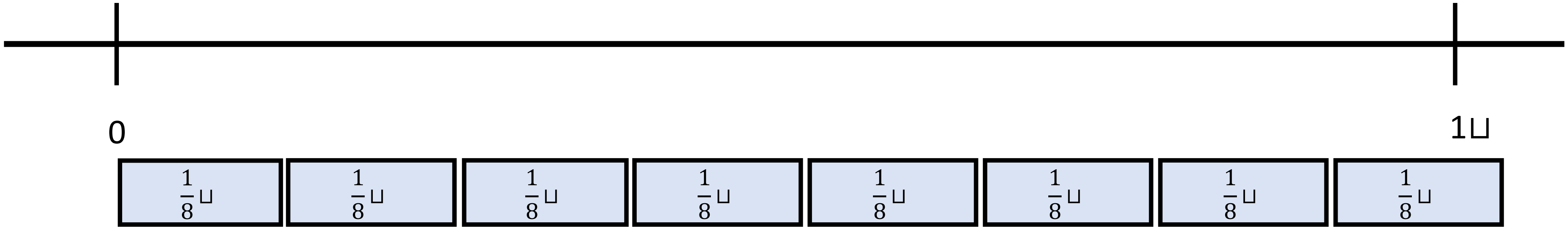
Il cuore del problema

$$\frac{1}{6}\sqcup + \frac{1}{6}\sqcup + \frac{1}{6}\sqcup + \frac{1}{6}\sqcup + \frac{1}{6}\sqcup = \frac{5}{6}\sqcup$$



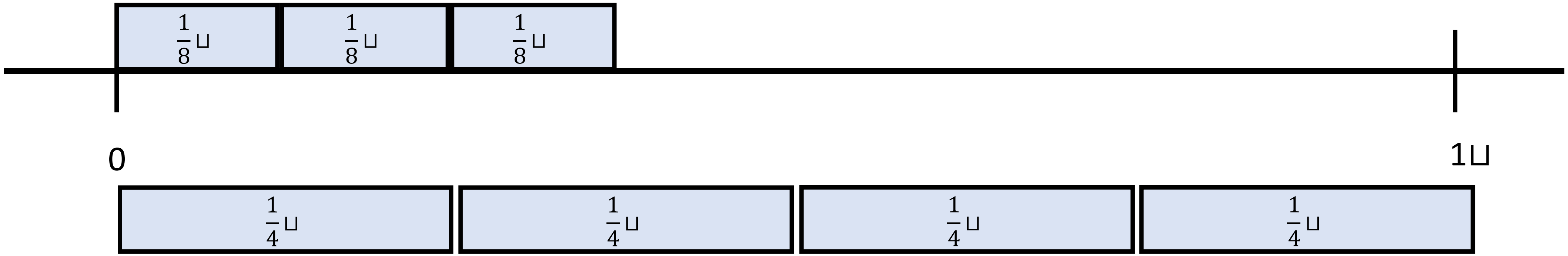
Se ho una tacca sulla retta, che rappresenta un numero razionale, come faccio a capire se e a quale frazione corrisponde?

Per trovare $\frac{3}{8}\sqcup + \frac{2}{4}\sqcup$ *con la retta delle frazioni…*



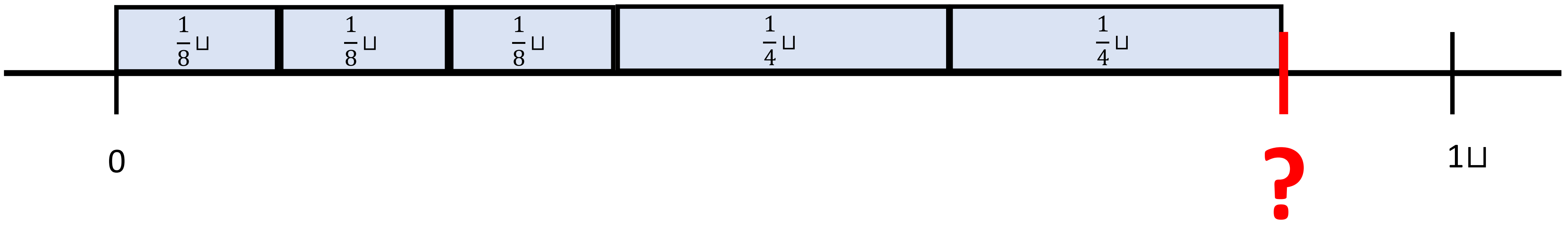
Data un'addizione di frazioni, come faccio a scrivere sulla tacca che rappresenta la somma un numero razionale unico scritto in forma di frazione?

Per trovare $\frac{3}{8}\sqcup + \frac{2}{4}\sqcup$ *con la retta delle frazioni…*



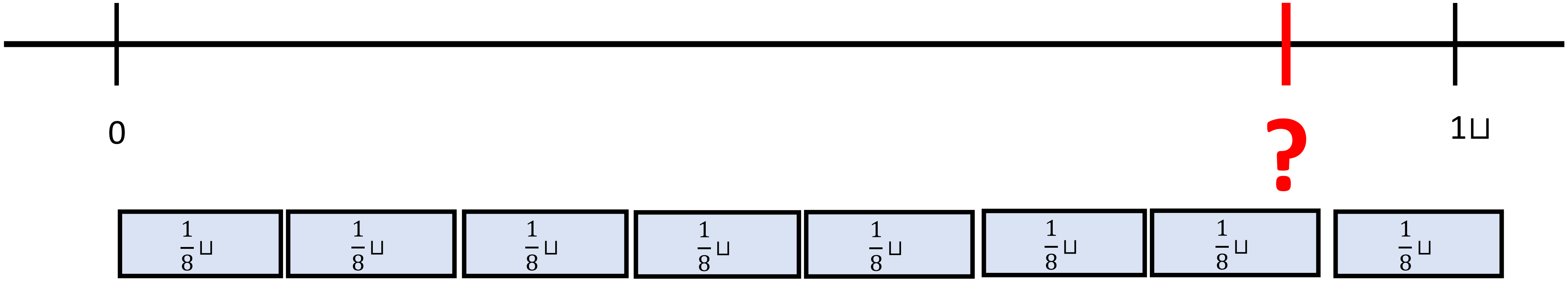
Data un'addizione di frazioni, come faccio a scrivere sulla tacca che rappresenta la somma un numero razionale unico scritto in forma di frazione?

Per trovare $\frac{3}{8}$ ⊔+ $\frac{2}{4}$ ⊔ *con la retta delle frazioni…*



Data un'addizione di frazioni, come faccio a scrivere sulla tacca che rappresenta la somma un numero razionale unico scritto in forma di frazione?

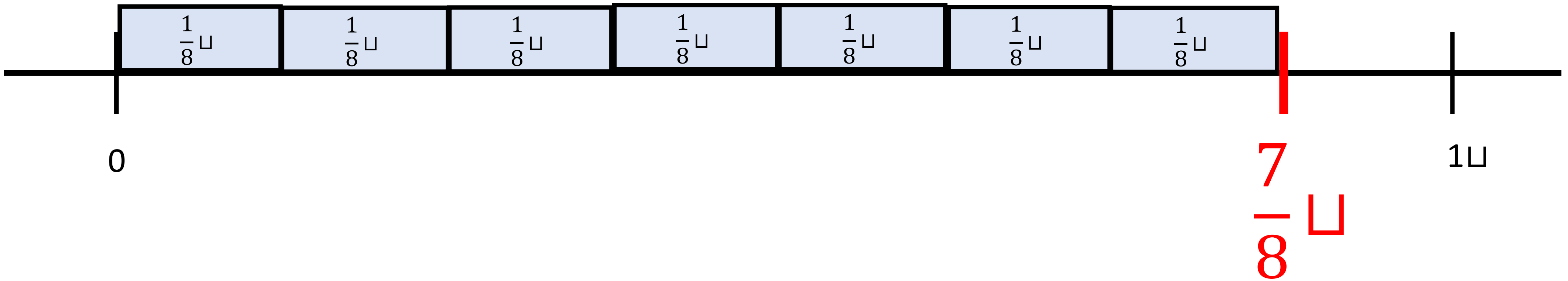
Per trovare $\frac{3}{8}\sqcup + \frac{2}{4}\sqcup$ *con la retta delle frazioni…*



Data un’addizione di frazioni, come faccio a scrivere sulla tacca che rappresenta la somma un numero razionale unico scritto in forma di frazione?

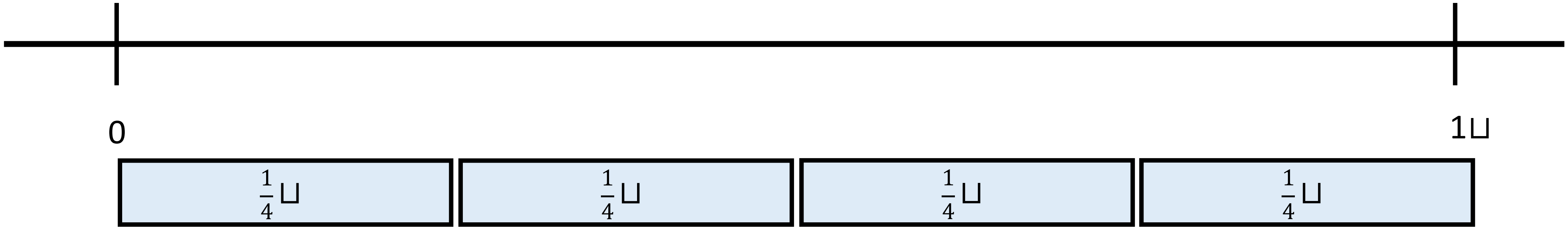
Per trovare $\frac{3}{8}\sqcup + \frac{2}{4}\sqcup$ *con la retta delle frazioni…*

$$\frac{1}{8}\sqcup + \frac{1}{8}\sqcup + \frac{1}{8}\sqcup + \frac{1}{8}\sqcup + \frac{1}{8}\sqcup + \frac{1}{8}\sqcup + \frac{1}{8}\sqcup$$



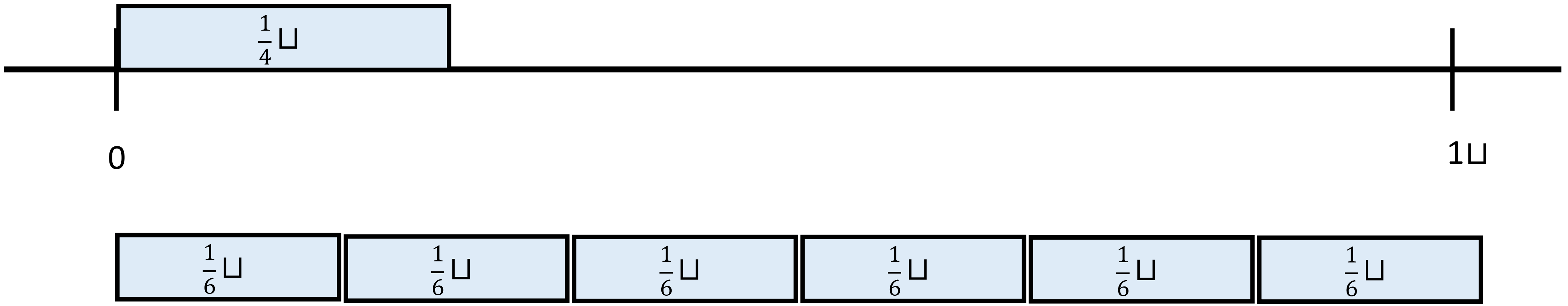
Data un'addizione di frazioni, come faccio a scrivere sulla tacca che rappresenta la somma un numero razionale unico scritto in forma di frazione?

Per trovare $\frac{1}{4}\sqcup + \frac{1}{6}\sqcup$ *con la retta delle frazioni…*



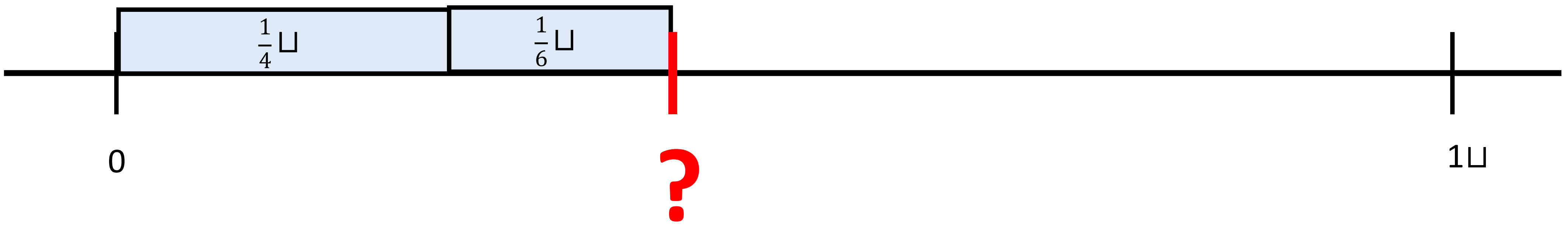
Data un’addizione di frazioni, come faccio a scrivere sulla tacca che rappresenta la somma un numero razionale unico scritto in forma di frazione?

Per trovare $\frac{1}{4}\sqcup + \frac{1}{6}\sqcup$ *con la retta delle frazioni…*



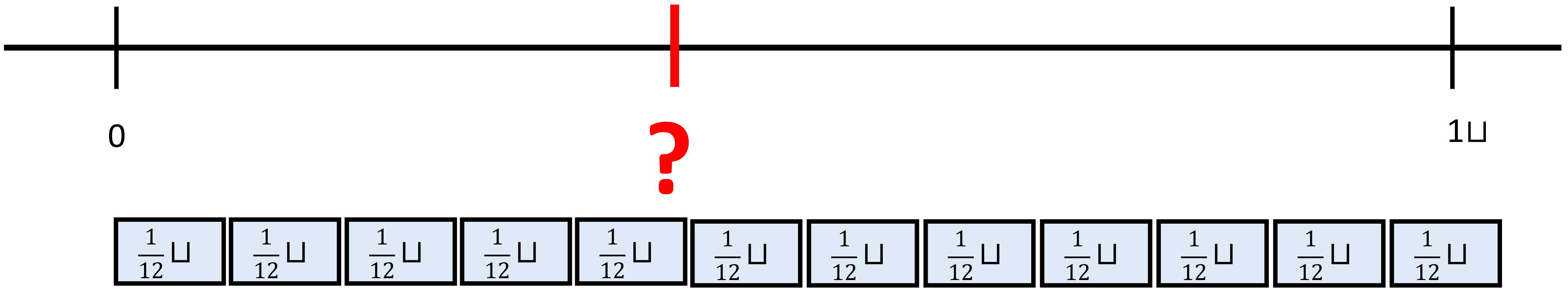
Data un'addizione di frazioni, come faccio a scrivere sulla tacca che rappresenta la somma un numero razionale unico scritto in forma di frazione?

Per trovare $\frac{1}{4}⊔+\frac{1}{6}⊔$ con la retta delle frazioni…



Data un'addizione di frazioni, come faccio a scrivere sulla tacca che rappresenta la somma un numero razionale unico scritto in forma di frazione?

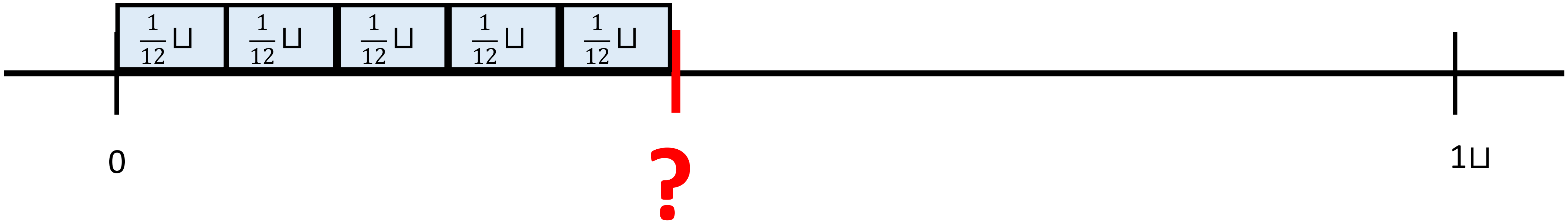
Per trovare $\frac{1}{4}\sqcup + \frac{1}{6}\sqcup$ *con la retta delle frazioni…*



Dopo varie prove però posso scoprire che $\frac{1}{12}\sqcup$ come unità frazionaria mi aiuta!

Data un'addizione di frazioni, come faccio a scrivere sulla tacca che rappresenta la somma un numero razionale unico scritto in forma di frazione?

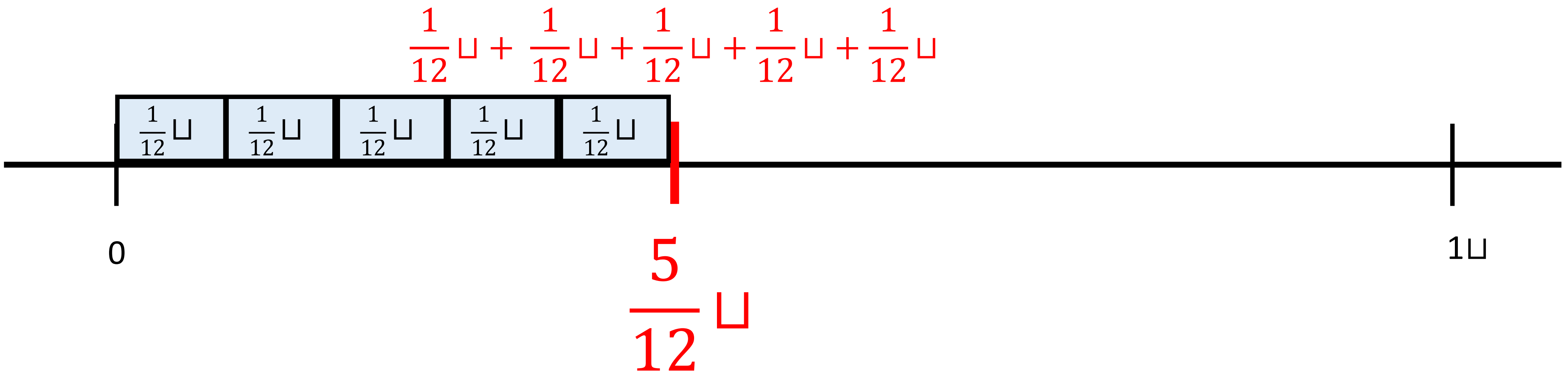
Per trovare $\frac{1}{4}\sqcup + \frac{1}{6}\sqcup$ *con la retta delle frazioni…*



Dopo varie prove però posso scoprire che $\frac{1}{12}\sqcup$ come unità frazionaria mi aiuta!

Data un'addizione di frazioni, come faccio a scrivere sulla tacca che rappresenta la somma un numero razionale unico scritto in forma di frazione?

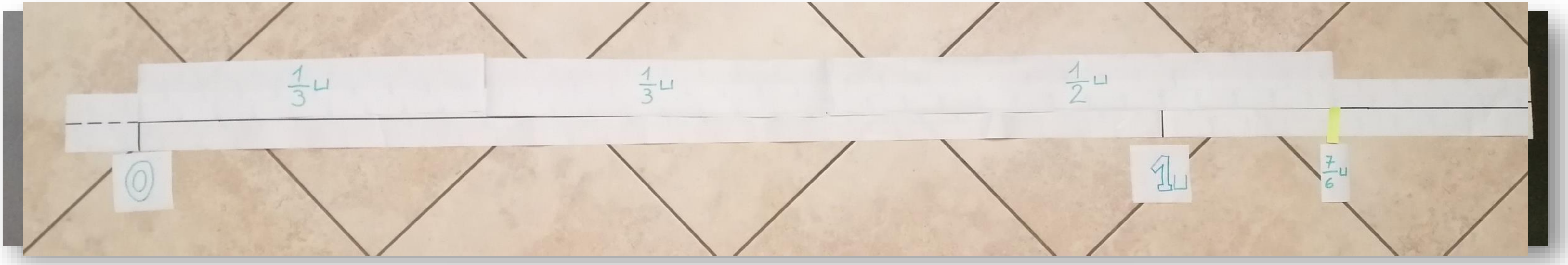
Per trovare $\frac{1}{4}\sqcup + \frac{1}{6}\sqcup$ *con la retta delle frazioni…*

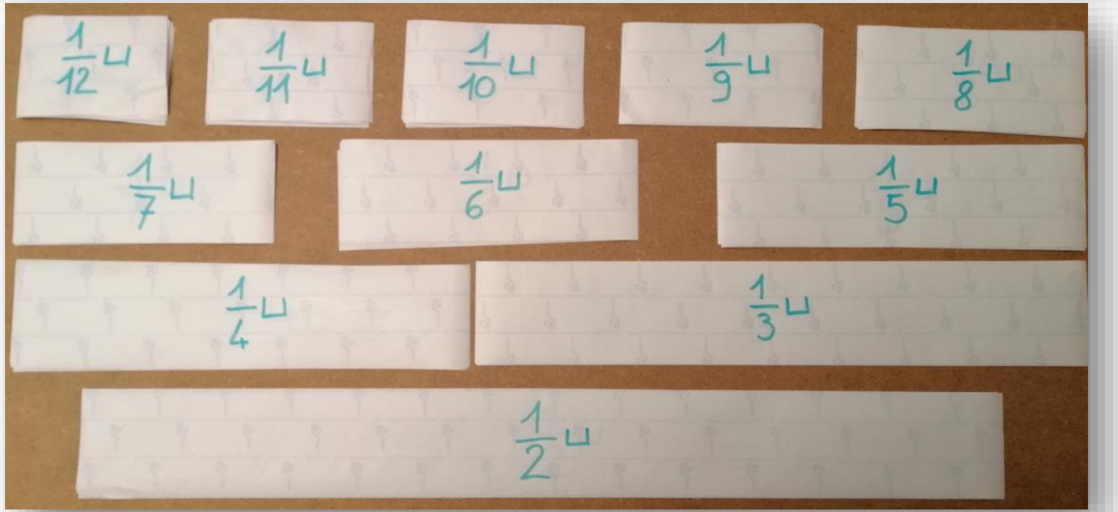


Dopo varie prove però posso scoprire che $\frac{1}{12}\sqcup$ come unità frazionaria mi aiuta!

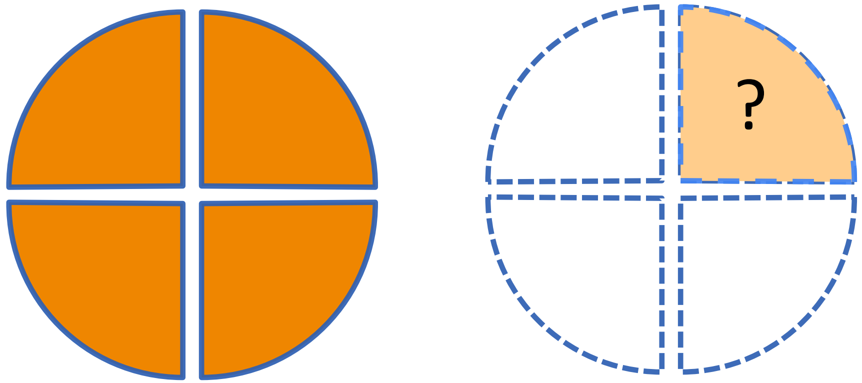
Data un'addizione di frazioni, come faccio a scrivere sulla tacca che rappresenta la somma un numero razionale unico scritto in forma di frazione?

…e le frazioni maggiori di 1?

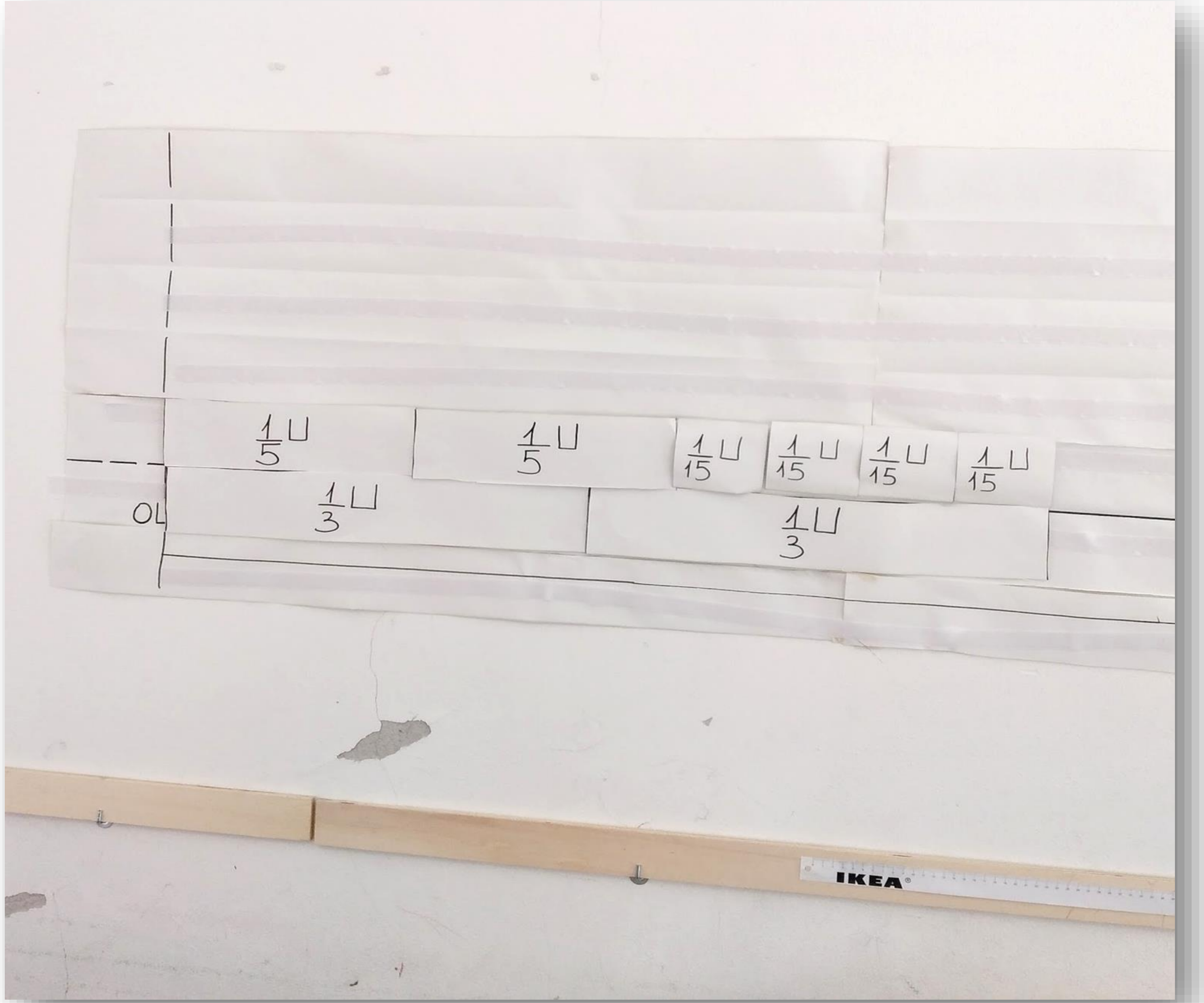


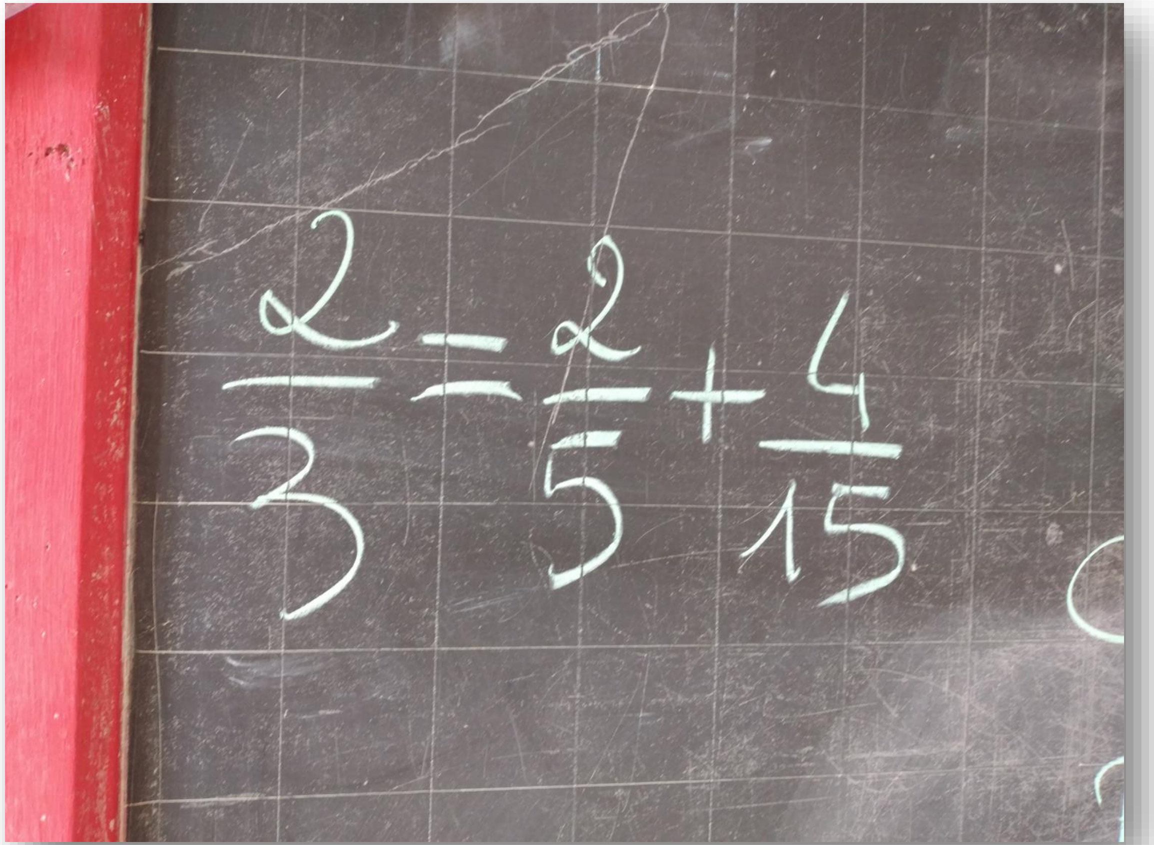


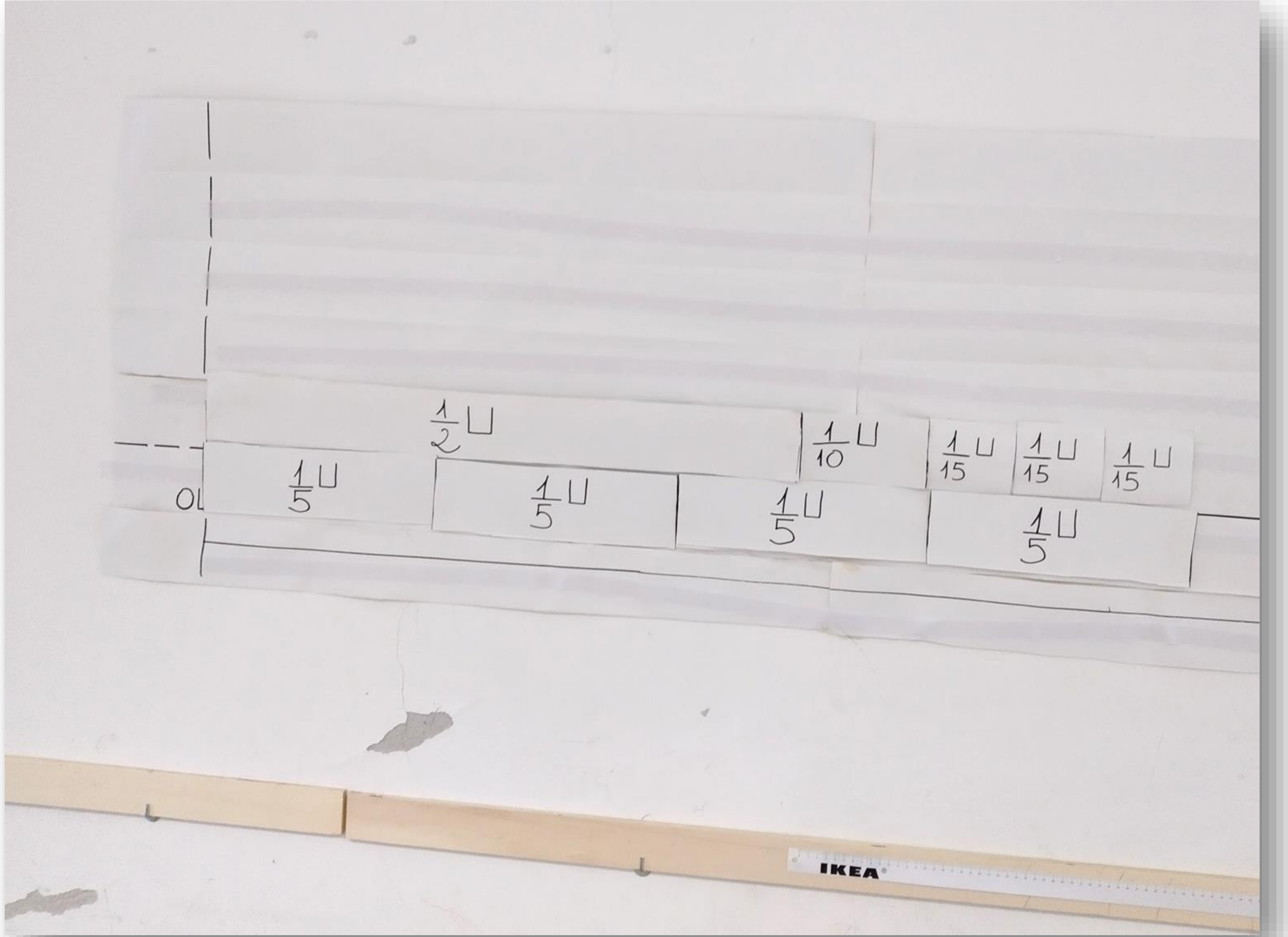
«La linea ha sì un intero di riferimento che aiuta a definire la singola unità frazionaria, ma rimane aperta, in modo “naturale” ad essere prolungata “aggiungendo tutte le unità frazionarie che vogliamo”, intero dopo intero (a differenza di interi che per loro natura sono finiti, come una figura, una pizza, una torta etc….)».

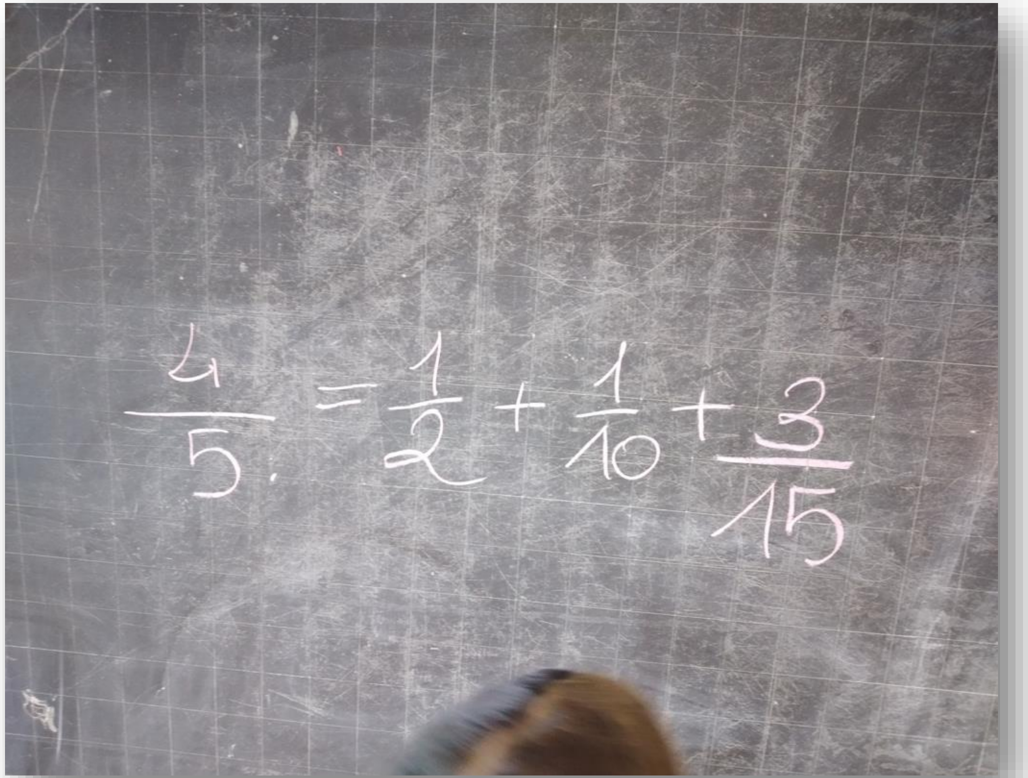


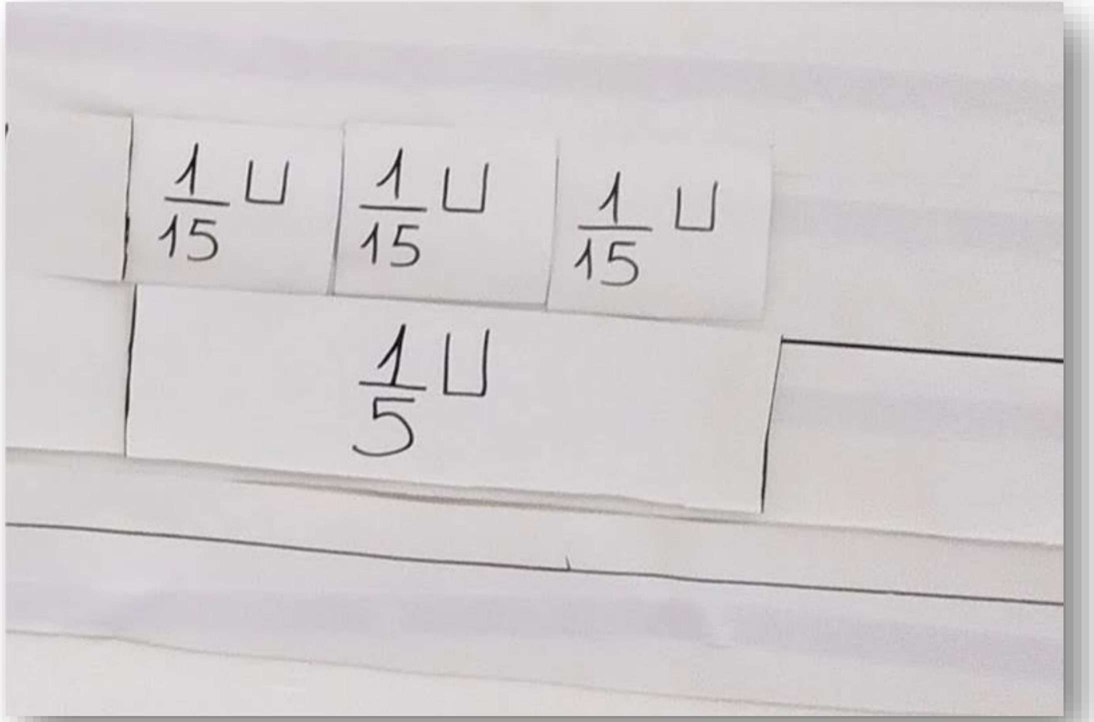
"Dividiamo l'intero in 4 parti e prendiamone 5"


1/5 U
1/5 U
1/15 U
1/15 U
1/15 U
1/15 U
O
1/3 U
1/3 U
IKEA


$\frac{2}{3} = \frac{2}{5} + \frac{4}{15}$


1/2 U
1/10 U
1/15 U
1/15 U
1/15 U
0
1/5 U
1/5 U
1/5 U
1/5 U
IKEA


4/5 = 1/2 + 1/10 + 3/15



Mentre un bambino stava collocando queste unità frazionarie, un'altro ha detto: «per fare un quinto ce ne vogliono tre di quindicesimi, perché 1/15 è un terzo di un quinto, basta fare 3x5».

A questo punto si è chiesto al bimbo di spiegare meglio; non riuscendo a trovare le parole giuste, ha fatto un altro esempio: un mezzo di un terzo è un sesto, perché se di terzi ce ne vogliono 3, della metà dei terzi ce ne vogliono 6, il doppio.

Abbiamo fatto altri "esperimenti" (la quinta parte di 1/4, la sesta parte di 1/3, la metà di 1/5) ed è venuto fuori dai bimbi, che riuscivano ad anticipare quale unità frazionaria andare a prendere, che se si vuole dividere una unità frazionaria per un'altra unità frazionaria, si sa "cosa metterci" perché basta moltiplicare i denominatori. Questo "muro delle frazioni" ha dato l'opportunità di verificare sempre.

Alcune riflessioni sull'inclusione…

- ***«Pavimento basso-soffitto alto»:*** Le nostre consegne sono pensate per permettere a tutti i bambini di avere qualcosa su cui ragionare, esprimersi ed argomentare la propria risposta. La co-costruzione di significati matematici parte sempre da queste produzioni dei bambini, in cui c'è spazio per tutti;

Dati di uno studio longitudinale

Percentuali di bambini “a rischio”
o con diagnosi (in classe terza) di discalculia pura o in comorbidità

anno di entrata nel progetto	Classi Sperimentali	Classi di Controllo
Primo Anno (2011)	4%	7%
Secondo Anno (2012)	2%	9%
nel calcolo:	• varietà nelle strategie • elevata accuratezza (da subito) • <u>nessun bambino non risponde</u> • tempi più lunghi di automatizzazione dei fatti	• strategie “standardizzate” • accuratezza minore • vari bambini non rispondono

(Baccaglini-Frank & Bartolini Bussi, 2016)

Alcune riflessioni sull'inclusione…

- ***«Pavimento basso-soffitto alto»:*** Le nostre consegne sono pensate per permettere a tutti i bambini di avere qualcosa su cui ragionare, esprimersi ed argomentare la propria risposta. La co-costruzione di significati matematici parte sempre da queste produzioni dei bambini, in cui c'è spazio per tutti;
- ***Multimodalità***: La varietà di canali usati per l'accesso e la produzione di informazioni consente a più bambini possibile di partecipare e ragionare;
- ***Attenzione al linguaggio*** (p.es. draghetto cinese): Le nostre proposte sono pensate per permettere ai bambini di esprimere i loro ragionamenti anche se ci sono difficoltà lessicali o linguistiche, nell'obiettivo di abbattere barriere e rinforzare processi più deboli senza escludere nessuno.

Grazie