

Formazione del progetto PerContare
PerContare: discussione e argomentazione

Anna Baccaglini-Frank, Alessandro Ramploud, Silvia Funghi
Università di Pisa



Oggi parleremo di:

- **Discussione Matematica**
 - Tipi di discussione matematica
 - Un esempio: alla scoperta dei «perché»...
 - Alcune riflessioni su come favorire la discussione
- **Argomentazione**
 - Che cosa ci dice la ricerca sull'argomentazione...
 - Un esempio nel contesto di procedure di moltiplicazione a confronto
 - Lavorare sull'argomentazione nella discussione
- «Tiriamo le somme»

Introduzione

- Focus su...
- Dalle Indicazioni Nazionali
- Da non perdere di vista

Focus su...

- Il *fra* (bambino/adulto, bambino/bambino) come "spazio" del pensiero.
- Il ruolo dell'insegnante nella Discussione Matematica
- Il ruolo dell'insegnante nell'argomentazione

Dalle Indicazioni Nazionali

[...] Mettere in stretto rapporto il «pensare» e il «fare» [...]

[...] contribuisce a sviluppare la capacità di comunicare e discutere, di argomentare in modo corretto, di comprendere i punti di vista e le argomentazioni degli altri [...]

Da non perdere di vista

- Lentezza nello sviluppo delle capacità di discutere ed argomentare
- Necessità di soffermarsi molto sui «perché» della matematica
- Particolare attenzione ai protocolli e alle produzioni degli studenti
- Necessità di tornare più volte, non necessariamente nell'immediato, su particolari espressioni delle bambine e dei bambini
- Non accontentarsi della risposta «giusta» del bambino/della bambina, ma continuare ad indagare quali fatti matematici e quali ragioni siano sottese alla risposta

Discussione Matematica

- **Tipi di discussione matematica**
- **Un esempio: alla scoperta dei «perché»...**
- **Alcune riflessioni su come favorire la discussione**

Discussione matematica

Una **discussione matematica** orchestrata dall'insegnante è una **polifonia** di voci articolate su un **oggetto matematico** (concetto, problema, procedura) che costituisce un motivo dell'attività di insegnamento-apprendimento.

(Bartolini Bussi, Ferri & Boni, 1991)

http://www.asphi.org/percontare/guida_prima/GUIDA/FILE/documenti/Libro_Rosaridotto.pdf

Tipi di discussione matematica

- **Discussione di bilancio** dopo la soluzione (individuale o di piccolo gruppo) di un problema in modo da costruire una o più soluzioni condivise del problema.
- **Discussione di tessitura** (concettualizzazione) dopo un certo periodo di lavoro su temi collegati (ad esempio vari problemi che si risolvono con un'addizione) in modo da costruire un significato condiviso “polifonico”.
- **Metadiscussione** dopo una discussione già avvenuta e trascritta in modo da favorire la produzione di nuove connessioni.

Tipi di discussione matematica

- **Discussione di bilancio** dopo la soluzione (individuale o di piccolo gruppo) di un problema in modo da costruire una o più soluzioni condivise del problema.

- **Discussione di tessitura** (concettualizzazione) dopo un certo periodo di lavoro su problemi che si risolvono costruendo un significato.

- **Metadiscussione** delle attività trascritte in modo da costruire connessioni.

Questo è il tipo di discussione a cui si collega la parte di Discussione dopo l'Esplorazione all'interno delle attività delle guide di PerContare

Discussione matematica

L'insegnante agisce sia come «regista» della discussione, che come moderatore (sia dal punto di vista del contenuto che dell'interazione).

- **Preparazione:** L'insegnante analizza i contributi dei singoli allievi o dei piccoli gruppi. Li cataloga identificando soluzioni / interpretazioni corrette o errate e soluzioni / interpretazioni diverse (voci).

Discussione matematica

- **Orchestrato:** L'insegnante (ricorda il problema, e poi) inizia a chiamare i singoli allievi (o i portavoce dei gruppi) a restituire il proprio lavoro, sollecitando tutti gli altri allievi a riconoscere nella soluzione/interpretazione presentata in quel momento le somiglianze e le differenze con la propria.

Un esempio: alla scoperta dei “perché” ...

Esempio tratto dal lavoro sul confronto del prodotto 12×14 calcolato con i diagrammi rettangolo e con la gelosia in classe III...

<https://www.percontare.it/guide/classe-terza/diagramma-gelosia/>

Un esempio: alla scoperta dei “perché” ...

I: prova a spiegare ai tuoi amici cosa avete scoperto. Puoi aiutarti anche con il foglio, se ti serve... se no me lo racconti a voce.

F: Allora, abbiamo scoperto che, prima di tutto sono le stesse operazioni. 12×14 e 12×14 (indicando prima il diagramma gelosia e poi il diagramma rettangolo). Sono solo fatte in due modi diversi: uno con il diagramma rettangolo (lo indica) e uno con il diagramma gelosia (lo indica). Poi abbiamo scoperto che si ripetono le stesse operazioni. Quindi: qui (indicando il diagramma gelosia) facciamo 1×1 però rappresentano le decine, che qua (indicando il diagramma rettangolo) facciamo 10×10 .

I: avete sentito? (rivolto alla classe)

Un esempio: alla scoperta dei “perché” ...

I: prova a spiegare ai tuoi amici cosa avete scoperto. Puoi aiutarti anche con il foglio, se ti serve... se no me lo racconti a voce.

F: Allora, abbiamo scoperto che, prima di tutto sono due tipi di rettangoli 10×14 e 12×14 (indicando prima il diagramma gelosia e poi il rettangolo). Sono solo fatte in due modi diversi: uno con il rettangolo (lo indica) e uno con il diagramma gelosia. Abbiamo scoperto che si ripetono le stesse operazioni. Quindi: qui (indicando il diagramma gelosia) facciamo 1×1 però rappresento il rettangolo (indicando il diagramma rettangolo) facciamo 1×1

I: avete sentito? (rivolto alla classe)

L'insegnante chiama il portavoce di uno dei gruppi

L'insegnante invita il resto della classe a partecipare

Discussione matematica

- **Orchestratura:** Nell'ordine di presentazione l'insegnante tiene conto di fattori diversi:
 - L'alternanza di **parlanti efficaci** e di **parlanti non efficaci** (incoraggiando i secondi ad esprimere il loro pensiero, anche ripetendo ciò che è già stato detto)
 - La possibilità di **introdurre una voce mancante** con una narrazione. Ad esempio: *Una mia amica in un'altra scuola ha dato lo stesso problema e*

Un esempio: alla scoperta dei “perché” ...

F: Ma questo 1×1 va messo nella colonna delle decine però rappresentano le decine, infatti invece nel diagramma rettangolo facciamo 10×10 . Sono la stessa operazione, solo che qui mancano gli zeri.

I: Ah, mancano gli zeri. Siete d'accordo? O c'è qualcuno che non è d'accordo?

L'insegnante invita il resto della classe a partecipare, invitandoli a mettere in relazione il proprio pensiero con quanto sostenuto dal compagno

Discussione matematica

- **Sintesi:** L'insegnante orienta la discussione verso la formulazione di enunciati condivisibili con:
 - **Offerta di sintesi** (ad esempio: *fino ad ora molti di voi hanno parlato. Ad esempio Matteo ha detto ... e Giulia era d'accordo mentre Luca non era d'accordo*)
 - **Richiesta di sintesi** (*Chi si sente di ricordare le varie cose che abbiamo detto fino ad ora?*)

Alcune riflessioni su come favorire la discussione

Più in generale, nella gestione della discussione l'insegnante può utilizzare strategie comunicative come:

- **Rispecchiamento** (anche in senso più largo, parafrasando o riassumendo quanto è stato detto dallo studente)
- **Richiesta di informazioni**

Alcune riflessioni su come favorire la discussione

F: e poi si fa 2×4 che sono le unità. Quindi facciamo le stesse operazioni, solo che qui (indicando il diagramma gelosia) le facciamo senza mettere gli 0

I: Ok allora, quindi, il gruppo dove c'è anche Federico dice che praticamente nel diagramma rettangolo ci sono gli 0 e invece qui (indicando il diagramma gelosia) gli 0 non ci sono più. Sono scomparsi. Dove sono finiti?

Alcune riflessioni su come favorire la discussione

F: e poi si fa 2×4 che sono operazioni, solo che qui senza mettere gli 0

L'insegnante rispecchia (riformulando) la risposta di F

I: Ok allora, quindi, il gruppo dove c'è anche Federico dice che praticamente nel diagramma rettangolo ci sono gli 0 e invece qui (indicando il diagramma gelosia) gli 0 non ci sono più. Sono scomparsi.

Dove sono finiti?

E poi conclude con una richiesta di informazione come rilancio

Argomentazione

- **Che cosa ci dice la ricerca sull'argomentazione...**
- **Un esempio nel contesto di procedure di moltiplicazione a confronto**
- **Lavorare sull'argomentazione nella discussione**

Che cosa ci dice la ricerca sull'argomentazione...

- *Ci sono discorsi che non sono «argomentativi» (ad esempio, pure narrazioni; o pure descrizioni)*
- *Affinché si tratti di «argomentazione»:*
 - *occorre che ci sia un oggetto su cui argomentare (una «tesi» da sostenere o rifiutare, un'«ipotesi» da validare, una «scelta» di cui analizzare i pro e i contro, ecc.)*
 - *occorre che l'argomentazione sia condotta con un discorso «logicamente strutturato» (non necessariamente in modo deduttivo: nel tessuto argomentativo possono in particolare intervenire analogie, metafore, abduzioni, ecc.)*

Boero, P. (2019). I riferimenti teorici.
In Galliani, E., Pesce, A. & Pollero, L. (Eds.), *Oltre noi e il sole. Imparare a ragionare e argomentare*. Edizioni Conoscenza. (pp. 32-33)

Che cosa ci dice la ricerca sull'argomentazione...

- *L'argomentazione si basa sull'uso di «argomenti» di varia natura (dati empirici, conoscenze derivanti dalla cultura in cui siamo immersi, principi, etc.).*
- *Alcuni «argomenti» possono restare impliciti – non essere cioè esplicitati all'interno del testo argomentativo – ed è bene che l'insegnante, impegnato nello sviluppo delle competenze argomentative, le porti alla luce. [...]*

Boero, P. (2019). I riferimenti teorici.
In Galliani, E., Pesce, A. & Pollero, L. (Eds.), *Oltre noi e il sole. Imparare a ragionare e argomentare*. Edizioni Conoscenza. (pp. 32-33)

Che cosa ci dice la ricerca sull'argomentazione...

- ***L'argomentazione acquisisce caratteristiche particolari quando si riferisce a una disciplina***
 - *in tal caso gli argomenti sono per lo più scelti all'interno del sapere organizzato in un «sistema disciplinare»,*
 - *ma è anche possibile e forse inevitabile il ricorso ad argomenti non sistemati formalmente nella disciplina o addirittura di natura non rigorosa (p.es ricorso all'evidenza visiva del disegno di figure geometriche in matematica).*
- ***Inoltre, anche le forme argomentative sono di solito quelle tipiche della disciplina considerata: si consideri ad esempio il rilievo in matematica di quella particolare forma argomentativa che è la dimostrazione per assurdo.***

Boero, P. (2019). I riferimenti teorici.
In Galliani, E., Pesce, A. & Pollero, L. (Eds.), *Oltre noi e il sole. Imparare a ragionare e argomentare*. Edizioni Conoscenza. (pp. 32-33)

Che cosa ci dice la ricerca sull'argomentazione...

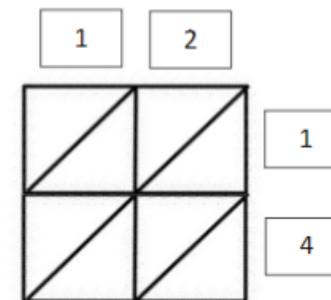
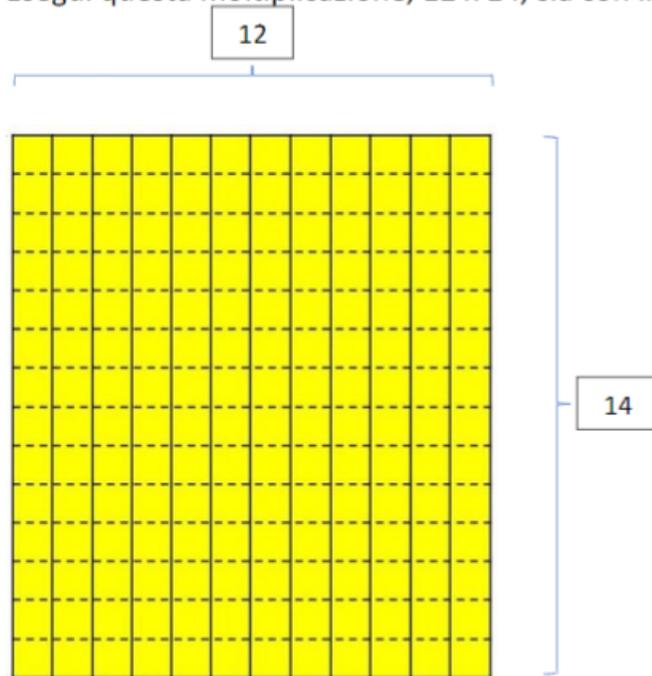
Alcuni criteri per analizzare e valutare la qualità di una argomentazione a scuola:

- **La coerenza interna e la connessione logica tra gli argomenti** (connessione non necessariamente di tipo deduttivo)
- *La natura degli argomenti (empirici, teorici...)*
- **La pertinenza degli argomenti** (rispetto allo scopo dell'argomentazione)
- *L'efficacia dell'argomentazione (rispetto allo scopo che ci si prefigge)*
- **La coerenza dell'argomentazione con i canoni dell'ambito di riferimento** (ad esempio la coerenza di un'argomentazione matematica con i canoni della matematica – il che porta ad escludere la misura delle grandezze fisiche come fonte di argomenti utilizzabili)
- *La qualità espressiva (rilevante ai fini della comunicazione)*

Boero, P. (2019). I riferimenti teorici.
In Galliani, E., Pesce, A. & Pollero, L. (Eds.), *Oltre noi e il sole. Imparare a ragionare e argomentare*. Edizioni Conoscenza. (pp. 32-33)

Esegui questa moltiplicazione, 12×14 , sia con il diagramma rettangolo, che con il diagramma "gelosia"

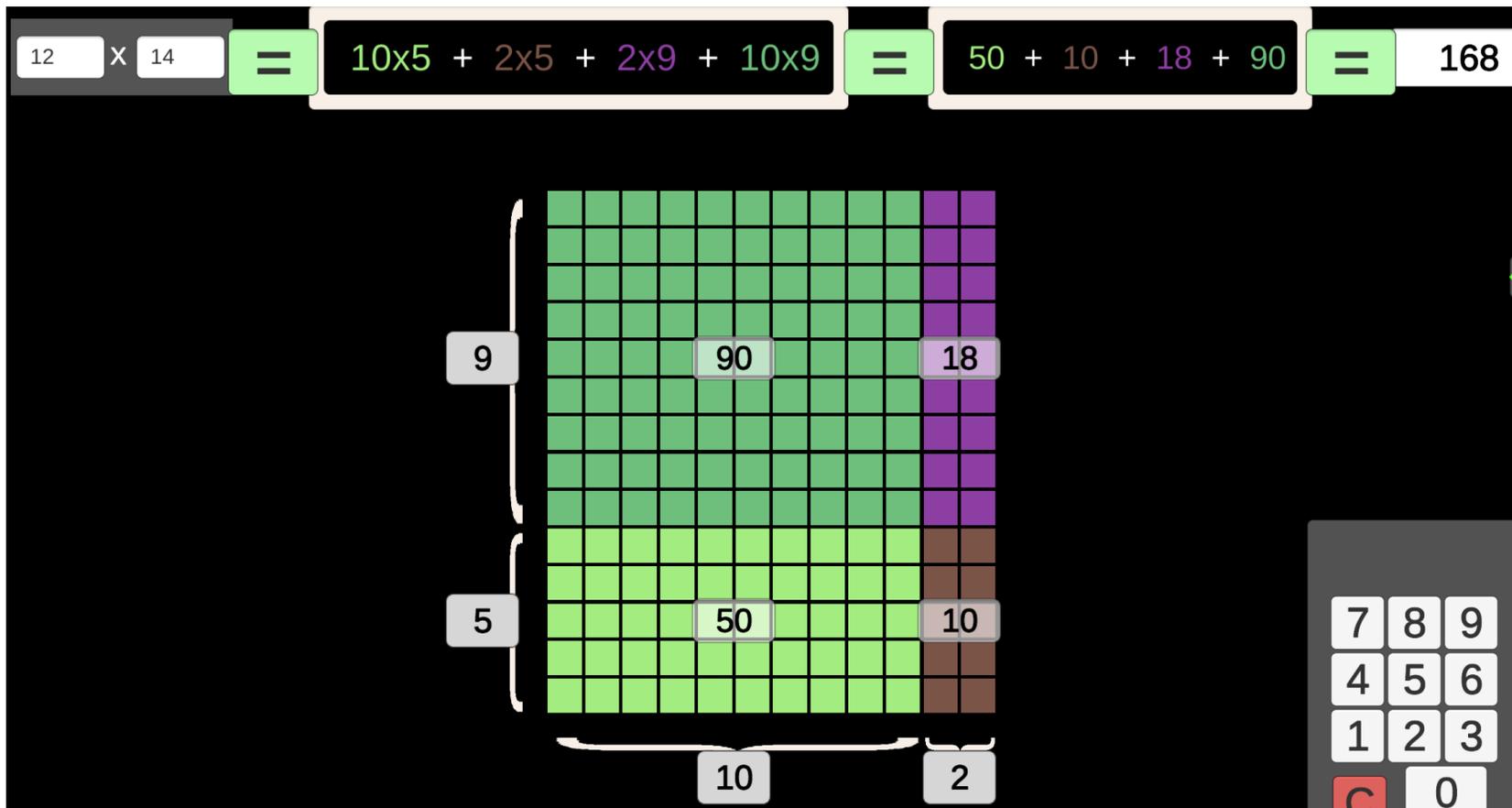
Diagramma rettangolo VS diagramma a gelosia



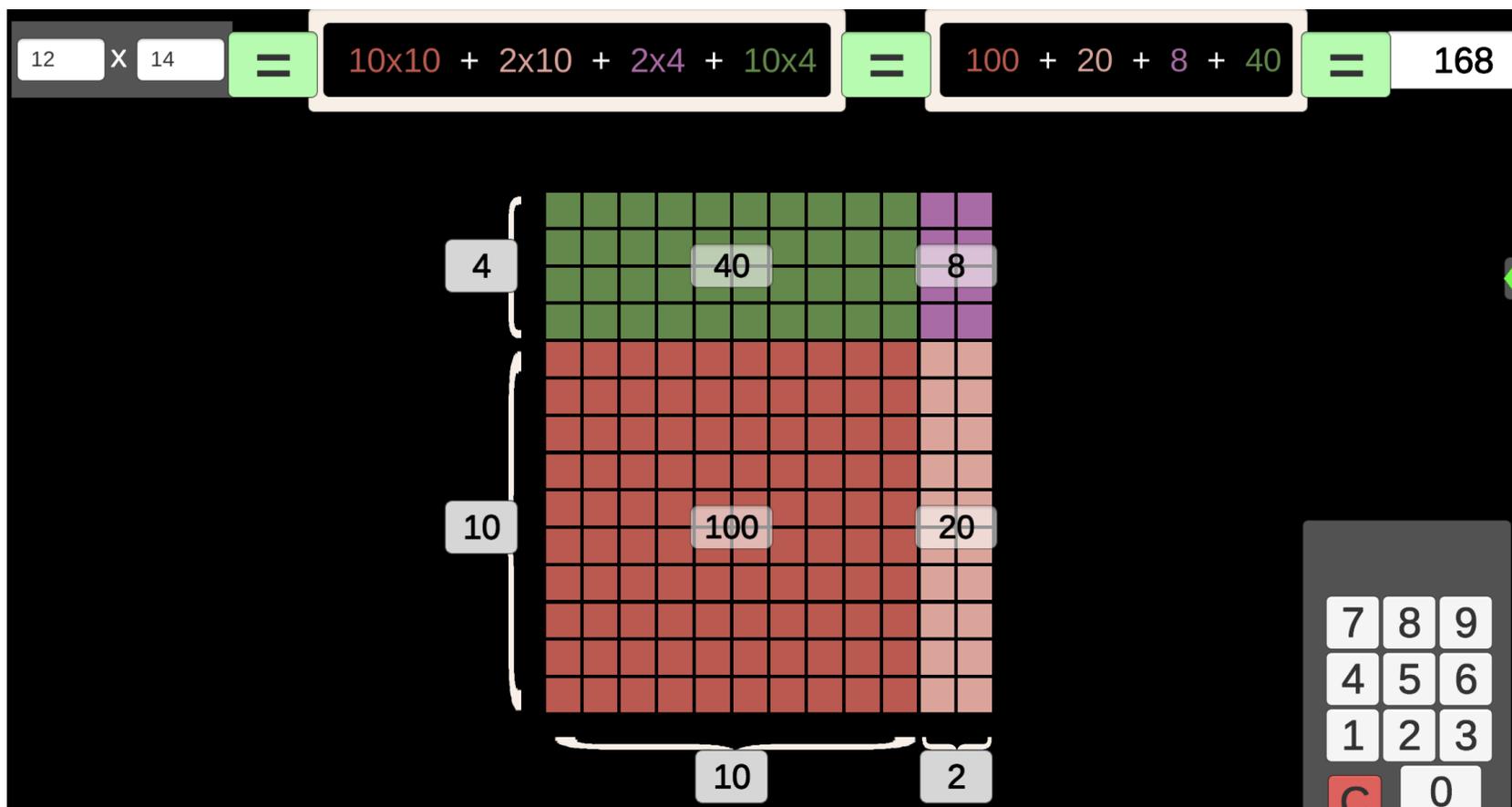
Scrivi il risultato della moltiplicazione con il diagramma rettangolo

Scrivi il risultato della moltiplicazione con il diagramma "gelosia"

Webinar 25 Giugno 2020: <https://www.percontare.it/webinar/>



Con i diagrammi rettangolo «si può fare in tanti modi»...



Con i diagrammi rettangolo «si può fare in tanti modi»...

Con il diagramma a gelosia...

Ruota

12 X 14

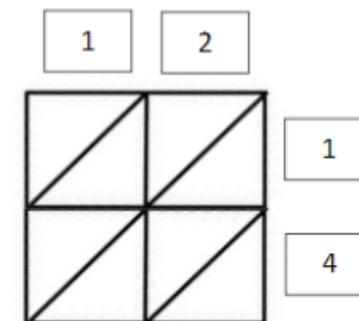
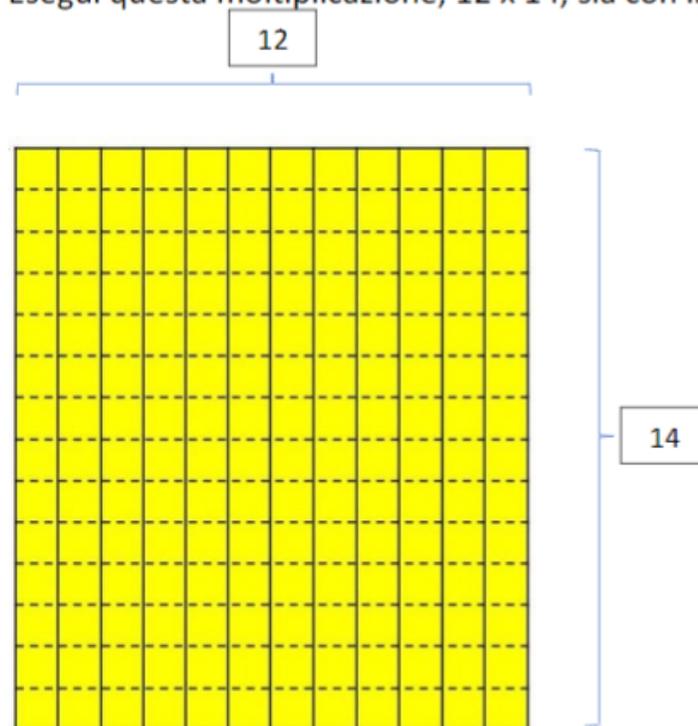
2	1
1	4
1	8
2	8

... 1 1 4

.. 1 6 8

Confronto di procedure come spazio per possibili argomentazioni

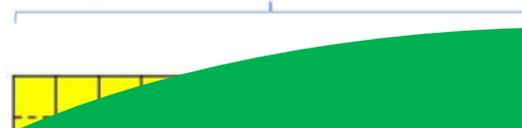
Esegui questa moltiplicazione, 12×14 , sia con il diagramma rettangolo, che con il diagramma "gelosia"



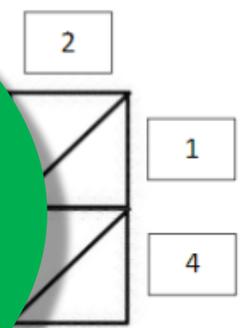
Scrivi il risultato della moltiplicazione con il diagramma rettangolo	Scrivi il risultato della moltiplicazione con il diagramma "gelosia"

Esegui questa moltiplicazione, 12×14 , sia con il diagramma rettangolo, che con il diagramma "gelosia"

12

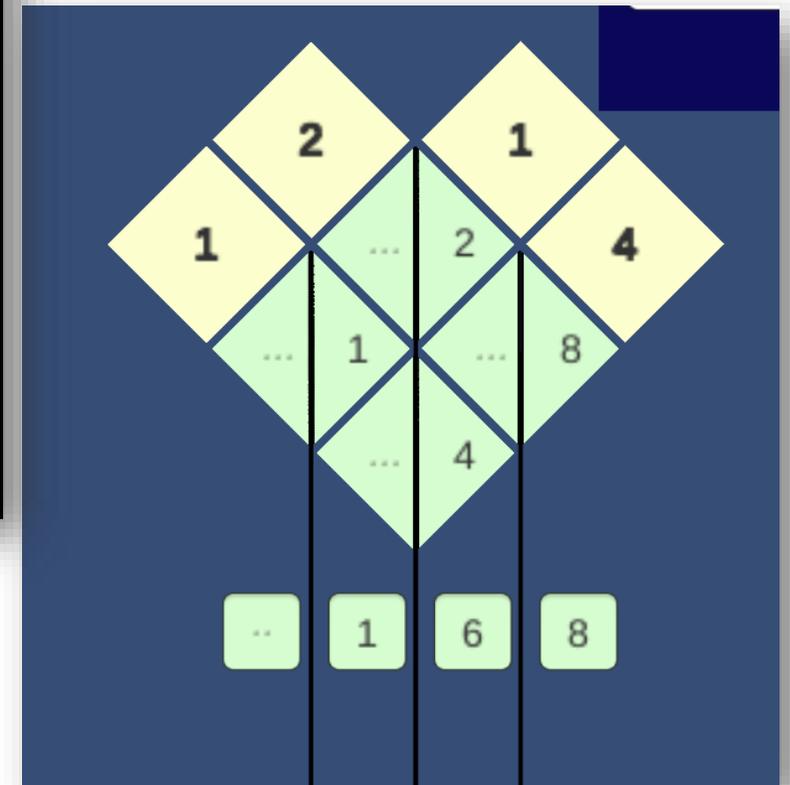
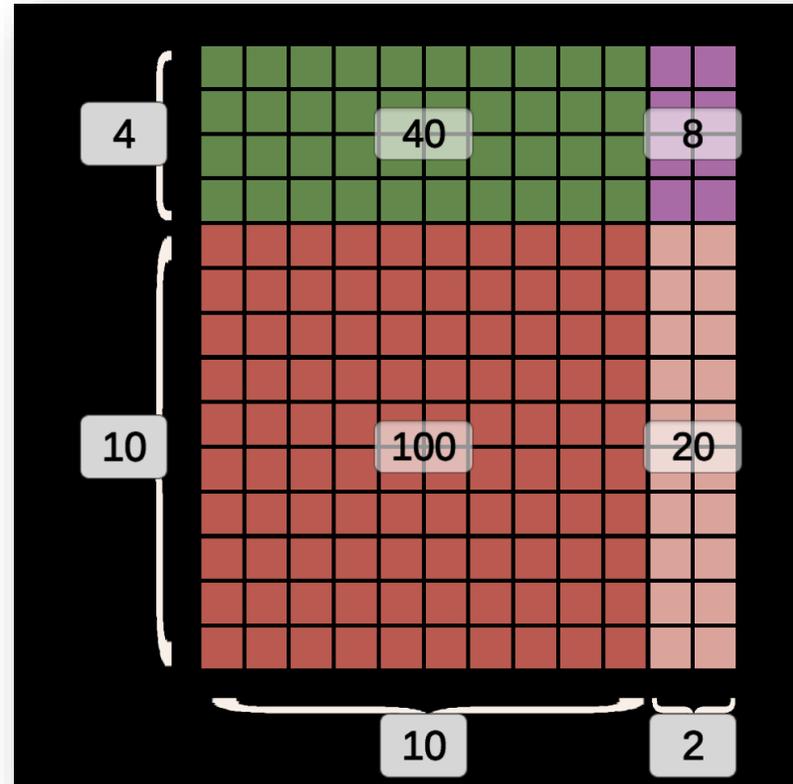


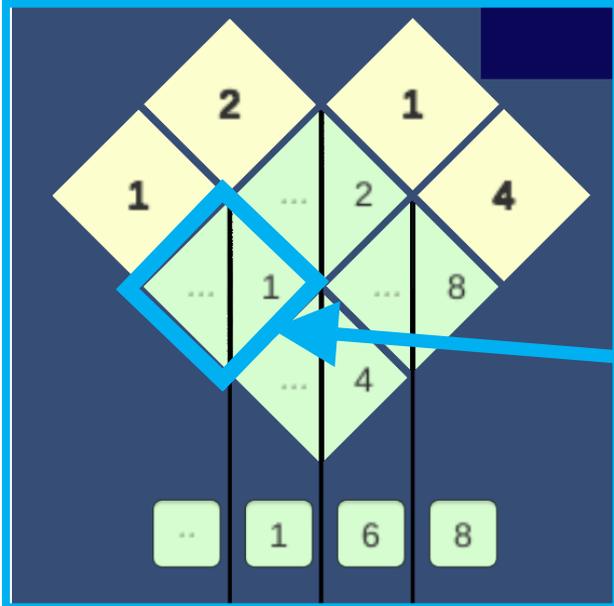
Oggi faremo una cosa molto difficile... da veri matematici. Dobbiamo cercare di capire perché, se moltiplico due numeri usando il diagramma rettangolo o il diagramma a "gelosia" ottengo lo stesso risultato.



Scrivi il risultato della moltiplicazione con il diagramma "rettangolo"	Scrivi il risultato della moltiplicazione con il diagramma "gelosia"

Discussione e connessioni tra i due algoritmi





- Allora, abbiamo scoperto che, prima di tutto sono le stesse operazioni. 12×14 e 12×14 ... Sono solo fatte in due modi diversi ... uno con il diagramma rettangolo e uno con il diagramma gelosia.

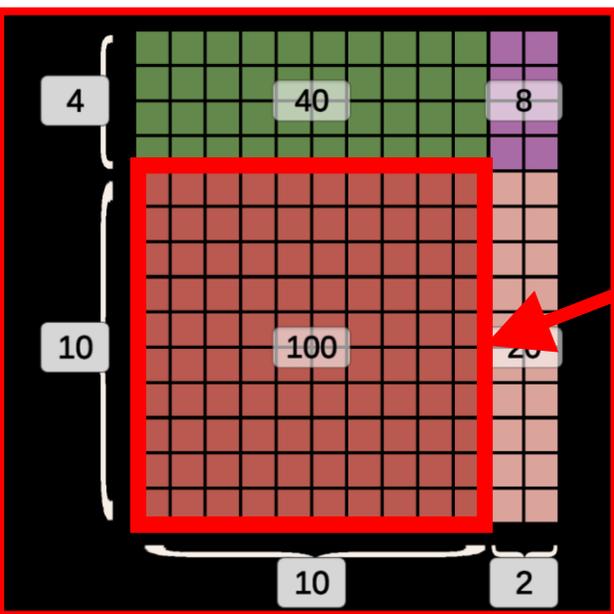
Poi abbiamo scoperto che si ripetono le stesse operazioni. [...]

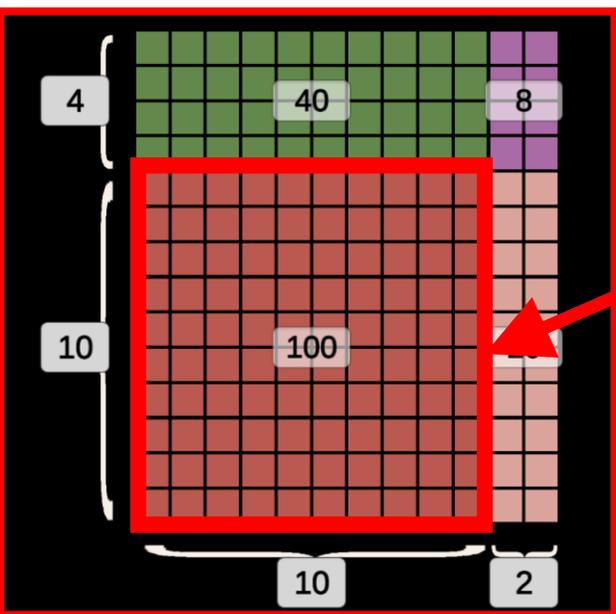
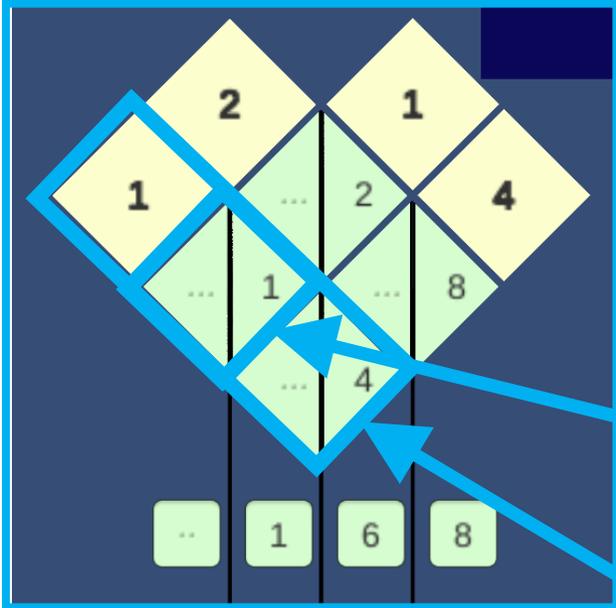
- Quindi anche qui ...qui facciamo 1×1 però rappresentano le decine, che qui, che qua facciamo 10×10 .

- noi facciamo l'operazione 1×1 ma questo uno per uno va nella colonna delle decine. Infatti, invece, nel diagramma rettangolo facciamo dieci per dieci. [...]

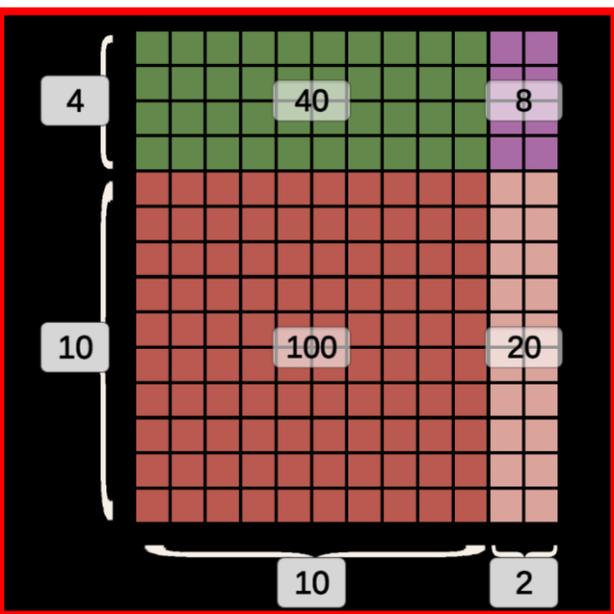
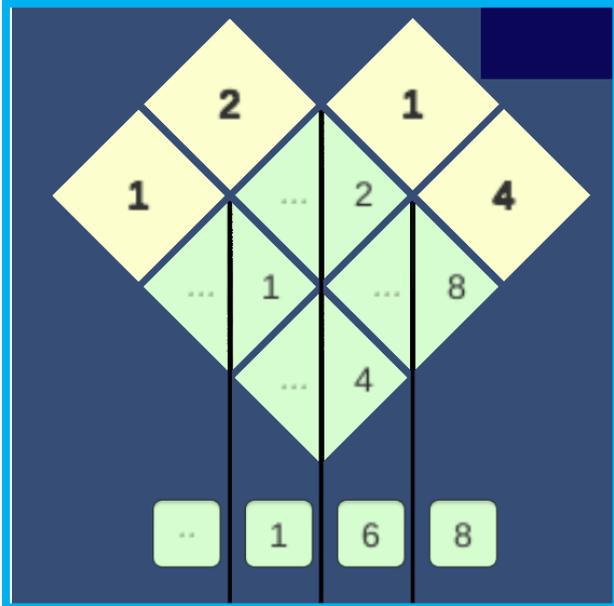
- Sono la stessa operazione solo che qui mancano gli zeri. [...]

- poi facciamo l'operazione...facciamo anche due per...due per uno ...In questo caso è due per dieci perché queste sono sempre le decine!

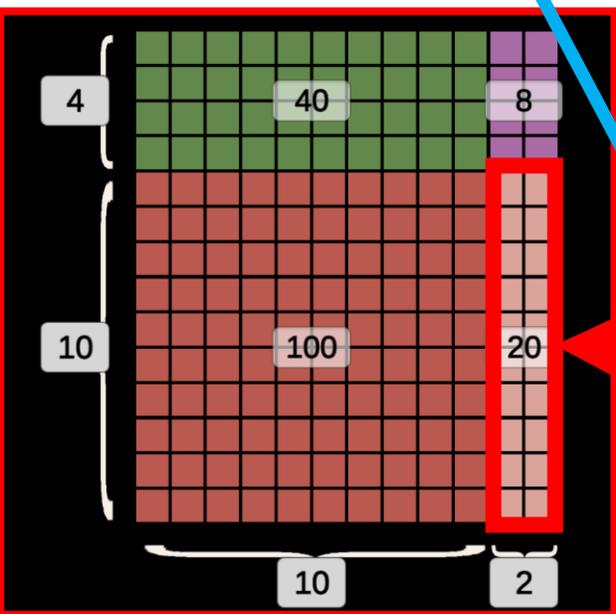
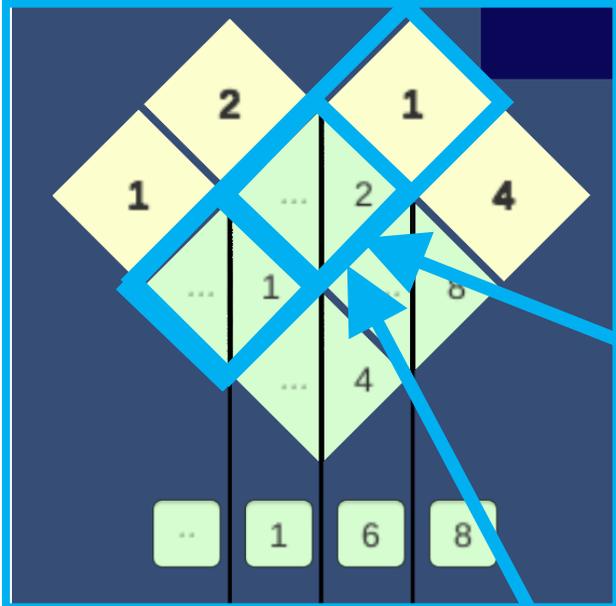




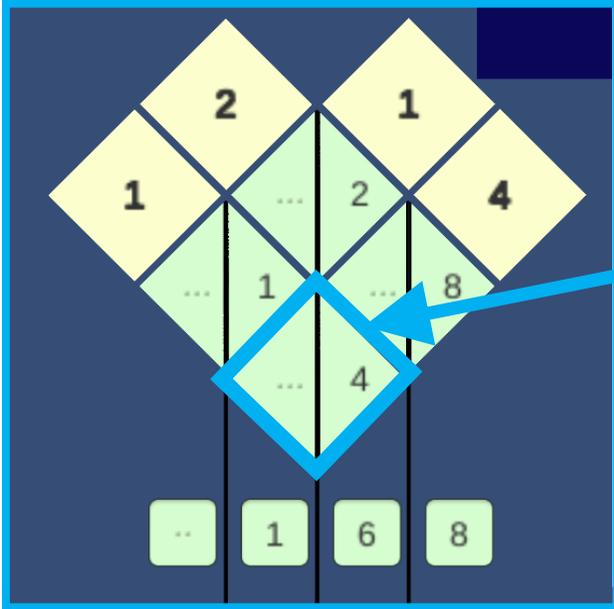
- Allora, abbiamo scoperto che, prima di tutto sono le stesse operazioni. 12×14 e 12×14 ... Sono solo fatte in due modi diversi ... uno con il diagramma rettangolo e uno con il diagramma gelosia.
- Poi abbiamo scoperto che si ripetono le stesse operazioni. [...]
- Quindi anche qui ...qui facciamo 1×1 però rappresentano le decine, che qui, che qua facciamo 10×10 .
- noi facciamo l'operazione 1×1 ma questo uno per uno va nella colonna delle decine. Infatti, invece, nel diagramma rettangolo facciamo dieci per dieci. [...]
- Sono la stessa operazione solo che qui mancano gli zeri. [...]
- poi facciamo l'operazione...facciamo anche due per...due per uno ...In questo caso è due per dieci perché queste sono sempre le decine!



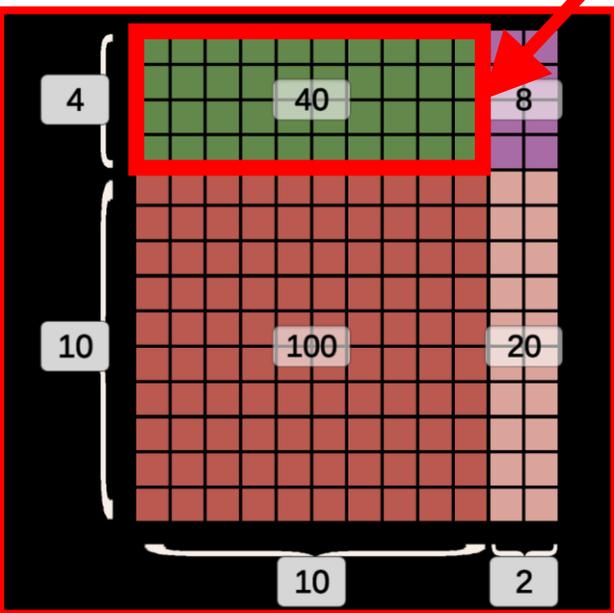
- Allora, abbiamo scoperto che, prima di tutto sono le stesse operazioni. 12×14 e 12×14 ... Sono solo fatte in due modi diversi ... uno con il diagramma rettangolo e uno con il diagramma gelosia.
- Poi abbiamo scoperto che si ripetono le stesse operazioni. [...]
- Quindi anche qui ...qui facciamo 1×1 però rappresentano le decine, che qui, che qua facciamo 10×10 .
- noi facciamo l'operazione 1×1 ma questo uno per uno va nella colonna delle decine. Infatti, invece, nel diagramma rettangolo facciamo dieci per dieci. [...]
- Sono la stessa operazione solo che qui mancano gli zeri. [...]
- poi facciamo l'operazione...facciamo anche due per...due per uno ...In questo caso è due per dieci perché queste sono sempre le decine!

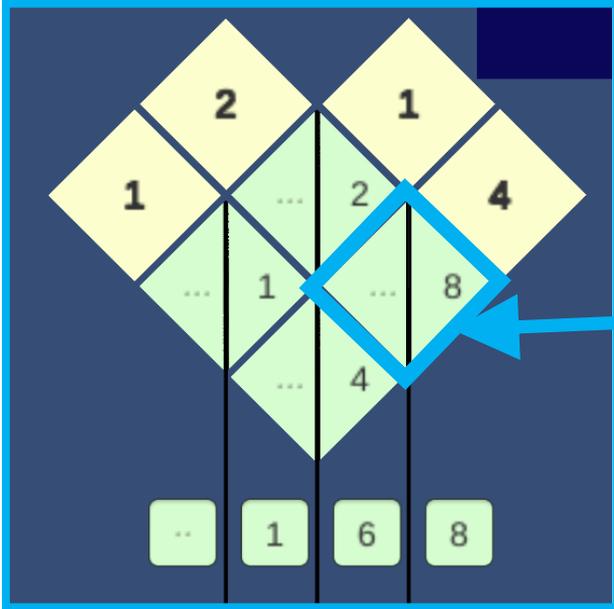


- Allora, abbiamo scoperto che, prima di tutto sono le stesse operazioni. 12×14 e 12×14 ... Sono solo fatte in due modi diversi ... uno con il diagramma rettangolo e uno con il diagramma gelosia.
- Poi abbiamo scoperto che si ripetono le stesse operazioni. [...]
- Quindi anche qui ...qui facciamo 1×1 però rappresentano le decine, che qui, che qua facciamo 10×10 .
- noi facciamo l'operazione 1×1 ma questo uno per uno va nella colonna delle decine. Infatti, invece, nel diagramma rettangolo facciamo dieci per dieci. [...]
- Sono la stessa operazione solo che qui mancano gli zeri. [...]
- poi facciamo l'operazione...facciamo anche due per.. due per uno ...In questo caso è due per dieci perché queste sono sempre le decine!

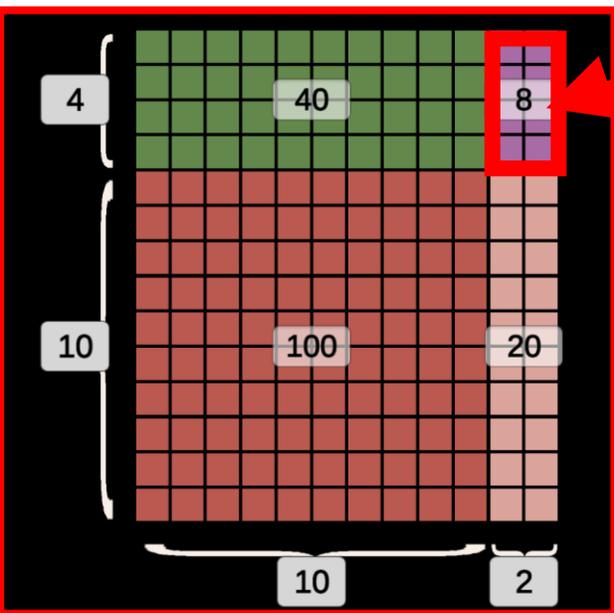


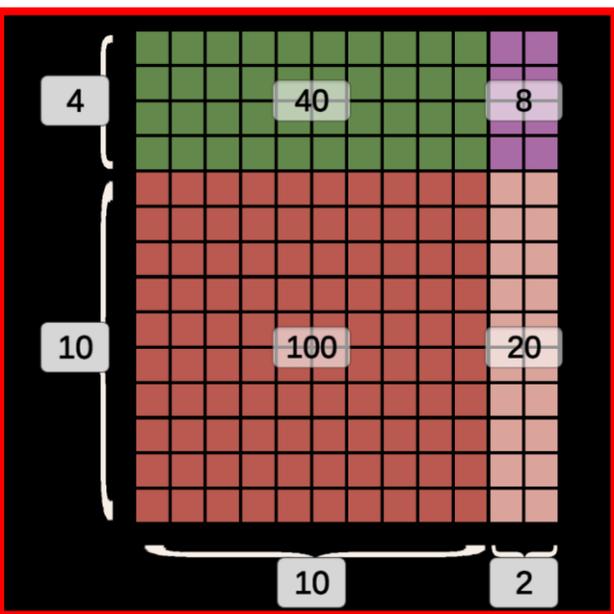
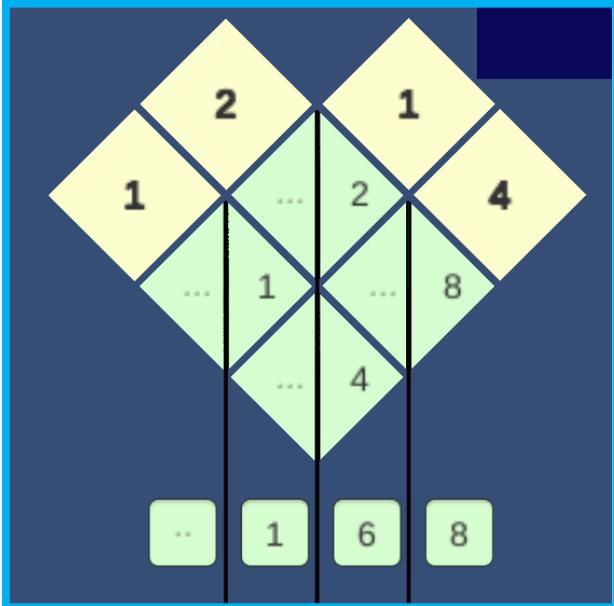
- poi facciamo anche, eh, **uno per quattro**, che sarebbe dieci per quattro... e si fa qua **10 x 4**
- e poi si fa due per quattro che sono le due **unità**, due e quattro
- Quindi facciamo le stesse operazioni, solo che qui le facciamo **senza mettere gli 0**



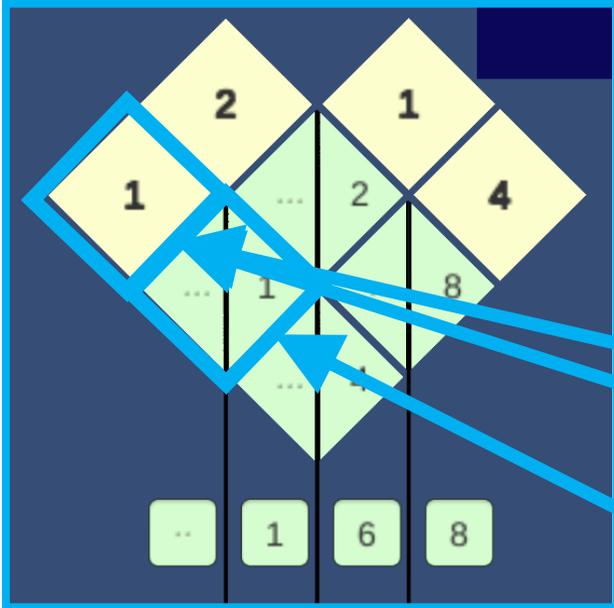


- poi facciamo anche, eh, **uno per quattro**, che sarebbe dieci per quattro... e si fa qua **10×4**
- e poi si fa **due per quattro** che sono le due **unità**, **due e quattro**
- Quindi facciamo le stesse operazioni, solo che qui le facciamo **senza mettere gli 0**





- poi facciamo anche, eh, uno per quattro, che sarebbe dieci per quattro... e si fa qua 10×4
- e poi si fa due per quattro che sono le due unità, due e quattro
- Quindi facciamo le stesse operazioni, solo che qui le facciamo senza mettere gli 0
- Perché l'1 è una decina, vale 10. Quindi...
- Se fai uno per uno quello è 10 perché l'1 vale 10 perché è una decina



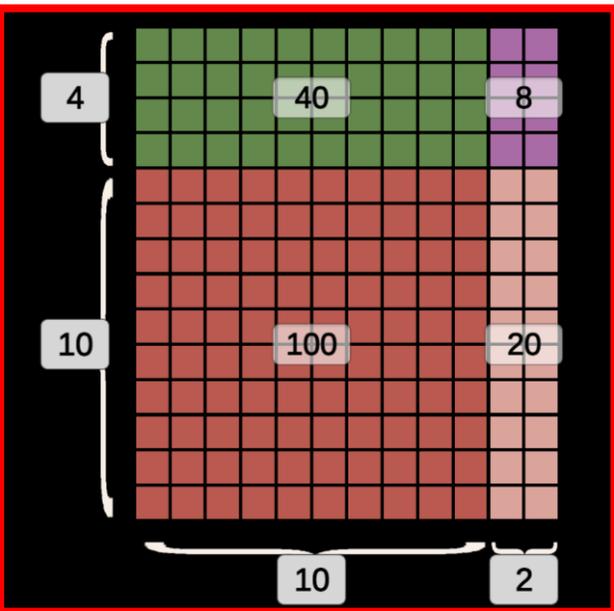
- poi facciamo anche, eh, **uno per quattro**, che sarebbe dieci per quattro... e si fa qua **10×4**

- e poi si fa **due per quattro** che sono le due **unità**, **due e quattro**

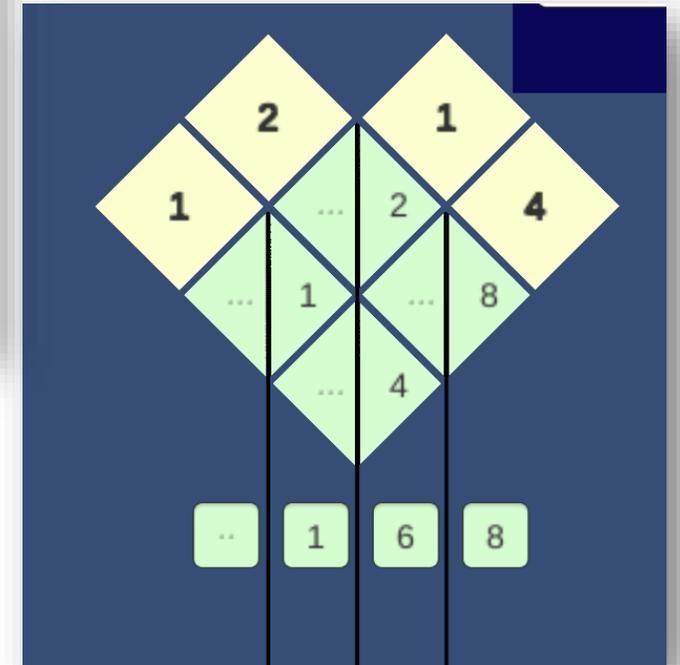
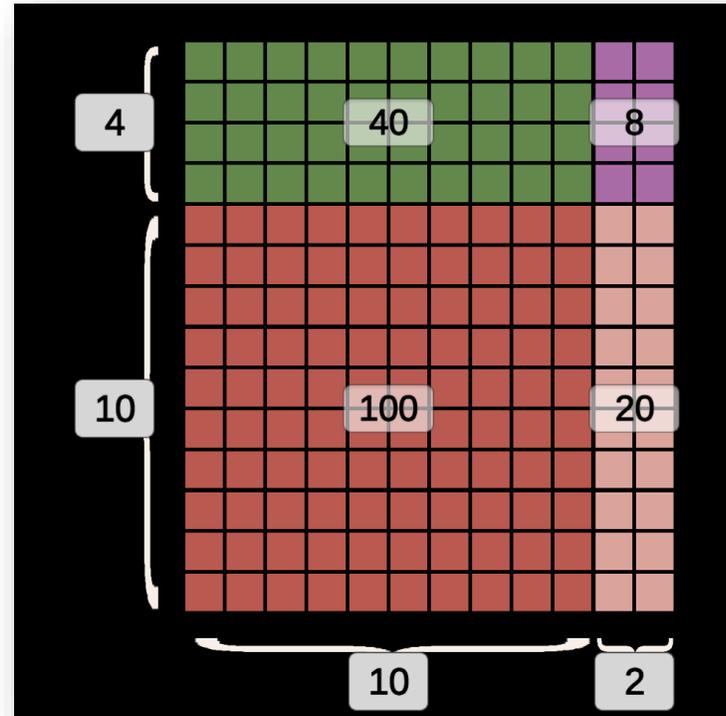
- Quindi facciamo le stesse operazioni, solo che qui le facciamo **senza mettere gli 0**

Perché l'1 è una decina, vale 10. Quindi...

- Se fai **uno per uno** **quello** è 10 perché **l'1** vale 10 **perché è una decina**



Reinterpretiamo
le connessioni
come parti di
argomentazione
co-costruita



Che cosa ci dice la ricerca sull'argomentazione...

Alcuni criteri per analizzare e valutare la qualità di una argomentazione a scuola:

- **La coerenza interna e la connessione logica tra gli argomenti** (connessione non necessariamente di tipo deduttivo)
- *La natura degli argomenti (empirici, teorici...)*
- **La pertinenza degli argomenti** (rispetto allo scopo dell'argomentazione)
- *L'efficacia dell'argomentazione (rispetto allo scopo che ci si prefigge)*
- **La coerenza dell'argomentazione con i canoni dell'ambito di riferimento** (ad esempio la coerenza di un'argomentazione matematica con i canoni della matematica – il che porta ad escludere la misura delle grandezze fisiche come fonte di argomenti utilizzabili)
- *La qualità espressiva (rilevante ai fini della comunicazione)*

Boero, P. (2019). I riferimenti teorici.
In Galliani, E., Pesce, A. & Pollero, L. (Eds.), *Oltre noi e il sole. Imparare a ragionare e argomentare*. Edizioni Conoscenza. (pp. 32-33)

Lavorare sull'argomentazione nella discussione

Federico: Sono la stessa operazione solo che qui mancano gli zeri.

I: Ok allora, quindi, il gruppo dove c'è anche Federico dice che praticamente nel diagramma rettangolo ci sono gli 0 e invece qui (indicando il diagramma gelosia) gli 0 non ci sono più. Sono scomparsi. Dove sono finiti?

Lavorare sull'argomentazione nella discussione

Federico: Sono la stessa operazione solo che qui mancano gli zeri.

«Tesi» di Federico

Si può intravedere qui un primo tentativo di portare un «argomento di natura non rigorosa» o un «argomento implicito» a sostegno della «tesi»

Lavorare sull'argomentazione nella discussione

Federico: Sono la stessa operazione solo che qui mancano gli zeri.

«Tesi» di Federico

- *Alta pertinenza*
- *Buona coerenza con canoni ambito di riferimento (riferimento esplicito ad oggetti dell'aritmetica: «operazione», «zeri»)*

Lavorare sull'argomentazione nella discussione

Federico: Sono la stessa operazione solo che qui mancano gli zeri.

[...]

I: Ok allora, quindi, il
praticamente nel diag
(indicando il diagramma)

Dove sono finiti?

*L'insegnante, attraverso la domanda aperta, pone anche una richiesta di **maggior esplicitazione** dell'eventuale argomento implicito (domanda sottesa: **come hanno fatto gli zeri a sparire? Perché sono spariti? Cosa vuol dire?**)*

Lavorare sull'argomentazione nella discussione

Francesca: Perché l'1 è una decina, vale 10.

I: Ma quale 1? Ce ne sono tanti...

Francesca: Se fai 1×1 (indica il diagramma a gelosia e gli 1 che rappresentano le decine) quello è 10 perché l'1 vale 10 perché è una decina

Io: ah, quindi quando fai 1×2 (indicando il 10 ed il 2 nella gelosia) questo è 1 decina, perché 1 è 10...

Francesca e Federico annuiscono

Federico: (indicando la gelosia) 10×2 ...

Lavorare sull'argomentazione nella discussione

Francesca: Perché l'1 è una decina, vale 10.

Io: Ma quale 1? Ce ne sono tanti.

Francesca: Se f...
rappresentand...
decina

Io: ah, quindi c...
è 1 decina, pe...

Francesca e Fe...

Federico: (indica...

*Argomento di natura rigorosa (rispetto al livello
scolare), che fa riferimento in modo esplicito alla lettura
posizionale delle cifre dei fattori all'interno del
diagramma a gelosia*

Lavorare sull'argomentazione nella discussione

Francesca: Perché l'1 è una decina, vale 10.

I: Ma quale 1? Ce ne sono tanti...

- ***Esplicitazione di significato in riferimento alla notazione posizionale decimale***
 - ***Mobilizzazione del sapere specifico di riferimento***
- ***Costruzione di passaggi logici che consentano di spiegare perché due scritture apparentemente diverse rappresentino la stessa cosa***

Lavorare sull'argomentazione nella discussione

Francesca: Perché l'1 è una decina, vale 10.

I: Ma quale 1? Ce ne sono tanti...

Francesca: Se fai 1 + 1 (indica il diagramma e indica agli 1 che rappresentano una decina)

Io: ah, qui è 1 decina

Francesca:

Federico:

*L'insegnante, di nuovo attraverso la domanda aperta, pone una nuova richiesta di **maggiore esplicitazione** dell'argomento, in riferimento al contesto (il riferimento al fatto matematico deve essere ulteriormente esplicitato in relazione ai segni situati degli algoritmi)*

Lavorare sull'argomentazione nella discussione

Francesca: Perché l'1 è una decina, vale 10.

I: Ma quale 1? Ce ne sono tanti...

Francesca: Se fai 1×1 (indica il diagramma a gelosia e gli 1 che rappresentano le decine) quello è 10 perché l'1 vale 10 perché è una decina

Io: ah, quindi quando
è 1 decina, perché 1 è
Francesca e Federico a
Federico: (indicando la

*Ulteriore esplicitazione del precedente argomento, di natura più **rigorosa***

Lavorare sull'argomentazione nella discussione

Francesca: Perché l'1 è una decina, vale 10.

I: Ma quale 1? Ce ne sono tanti...

Francesca: Se fai 1×1 (indica il diagramma a gelosia e gli 1 che rappresentano le decine) quello è 10 perché l'1 vale 10 perché è una decina

I: ah quindi... (indicando il 10 ed il 2 nella gelosia) questo

- *Esplicitazione di significato in riferimento alla notazione posizionale decimale*
 - *Mobilizzazione del sapere specifico di riferimento*
 - ***Ulteriore esplicitazione delle connessioni logiche tra gli argomenti***

Lavorare sull'argomentazione nella discussione

I: Ok allora, quindi, il gruppo dove c'è anche Federico dice che praticamente nel diagramma rettangolo ci sono gli 0 e invece qui (indicando il diagramma gelosia) gli 0 non ci sono più. Sono scomparsi. Dove sono finiti?

[...]

Francesca: Perché l'1 è una decina

I: Ma quale 1? Ce ne

Francesca: Se fai 1 x (una decina) quello è 10 p

Io: ah, quindi quando perché 1 è 10...

Francesca e Federico

Federico: (indicando

Le domande aperte dell'insegnante spostano l'attenzione degli studenti su aspetti chiave del ragionamento, senza suggerire il tipo di risposta: questo spinge gli studenti ad argomentare il loro punto di vista

Lavorare sull'argomentazione nella discussione

I: Ok allora, quindi, il gruppo dove c'è anche Federico dice che praticamente nel diagramma rettangolo ci sono gli 0 e invece qui (indicando il diagramma gelosia) gli 0 non ci sono più. Sono scomparsi. **Dove sono finiti?**

[...]

Francesca: Perché

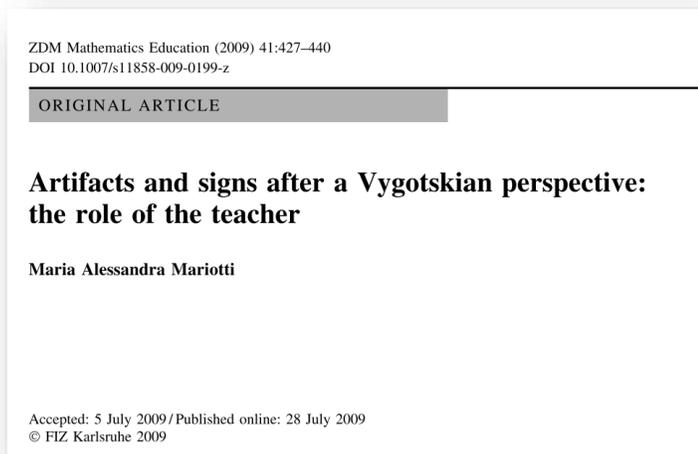
I: Ma quale 1? Ce

Francesca: Se fai (decine) quello è

Io: ah, quindi qua perché 1 è 10...

Francesca e Feder

Federico: (indican



Mariotti, M. A. (2009). Artifacts and signs after a Vygotskian perspective: The role of the teacher. ZDM, 41(4), 427-440.

Lavorare sull'argomentazione nella discussione

I: Ok allora, quindi, il gruppo
diagramma rettangolo ci sono
non ci sono più. Sono scom
[...]

Francesca: Perché l'1 è una

I: Ma quale 1? Ce ne sono

Francesca: Se fai 1×1 (indica il diagramma a gelosia e gli 1 che rappresentano le decine) quello è 10 perché l'1 vale 10 perché è una decina

Io: ah, quindi quando fai 1×2 (indicando il 10 ed il 2 nella gelosia) questo è 1 decina, perché 1 è 10...

Francesca e Federico annuiscono

Federico: (indicando la gelosia) 10×2 ...

***L'intervento dell'insegnante rispecchia,
riassume e riordina quanto detto dagli
studenti***

Lavorare sull'argomentazione nella discussione

B1: il modo in cui è disegnato e poi... il modo in cui lo spacchi

R: cioè il modo in cui lo spacchi in che senso, B1?

B1. Perché il rettangolo... il diagramma rettangolo... eeh mi sa che tutti lo hanno fatto spaccando... in 10 e 2 e 10 e 4... Invece il diagramma a gelosia tu fai 2 x 1; 1 x 4... 2x 1; 2 x 4 (con la matita indica la lavagna e le differenti operazioni che sta compiendo)... in modo, in questa (si riferisce al diagramma a gelosia), diversi.

R: e quindi lo spacchi diverso? Perché (indicando il diagramma a gelosia) qui cosa ci viene fuori?

Lavorare sull'argomentazione nella discussione

B1 il modo in cui è disegnato e poi... il modo in cui lo spacchi

R: cioè il modo in cui lo spacchi in che senso, B1?

B1. Perché il rettangolo... il diagramma rettangolo... eeh mi sa che tutti lo hanno fatto spaccando... in 10 e 2 e 10 e 4... Invece il diagramma... fai 2 x 1; 1 x 4... 2x 1; 2 x 4 (con la matita indica la lavagna e le differenti operazioni che sta compiendo... sta (si riferisce al diagramma a gelosia), diversi.

R: e quindi lo sp

«Tesi» implicita di B1 è che i due diagrammi siano legati da una differenza, che B1 tenta di descrivere in modo situato con il termine «spaccare», usato dalla classe per riferirsi alla scomposizione nel diagramma rettangolo

Lavorare sull'argomentazione nella discussione

B1: il modo in cui è disegnato e poi... il modo in cui lo spacchi

R: cioè il modo in cui lo spacchi in che senso, B1?

B1. Perché il rettangolo... il diagramma rettangolo... eeh mi sa che tutti lo hanno fatto spaccando... in 10 e 2 e 10 e 4... Invece il diagramma a gelosia... 1 x 4... 2x 1; 2 x 4 (con la matita indica la lavagna e le differenti operazioni che sta compiendo)... in modo che si riferisce al diagramma a gelosia), diversi.

R: e quindi lo spacchi diverso

«In che senso?» richiesta di chiarificazione ed esplicitazione;
«come usi questa espressione» (domanda che invita all'argomentazione della propria posizione)

Lavorare sull'argomentazione nella discussione

B1: il modo in cui è disegnato e poi... il modo in cui lo spacchi

R: cioè il modo in cui lo spacchi in che senso, B1?

B1. Perché il rettangolo... il diagramma rettangolo... eeh mi sa che tutti lo hanno fatto spaccando... in 10 e 2 e 10 e 4... Invece il diagramma a gelosia tu fai 2×1 ; 1×4 ... 2×1 ; 2×4 (con la matita indica la lavagna e le differenti operazioni che sta compiendo)... in modo, in questa (si riferisce al diagramma a gelosia), diversi.

R: e quindi lo spacchi diverso? Perché (quando il diagramma a gelosia) qui cosa ci viene fuori?

*«Argomento di natura non **rigorosa**» che fa riferimento
in modo situato alla diversa lettura dei fattori
all'interno dei due algoritmi*

Lavorare sull'argomentazione nella discussione

B1: il modo in cui è disegnato e poi... il modo in cui lo spacchi

R: cioè il modo in cui lo spacchi in che senso, B1?

B1. Perché il rettangolo... il diagramma rettangolo... eeh mi sa che tutti lo hanno fatto spaccando... in 10 e 2 e 10 e 4... Invece il diagramma a gelosia tu fai 2 x 1; 1 x 4... 2x 1; 2 x 4 (con la matita indica la lavagna e le differenti operazioni che sta compiendo)... in modo, in questa (si riferisce al diagramma a gelosia), diversi.

R: e quindi lo spacchi diversi perché (indicando il diagramma a gelosia) qui cosa ci viene fuori?

- *Alta pertinenza*
- *Buona coerenza interna e connessione logica degli argomenti*
 - *Uso «misto» di espressioni coerenti con l'ambito di riferimento e di espressioni situate*

Lavorare sull'argomentazione nella discussione

B1: il modo in cui è disegnato e poi... il modo in cui lo spacchi

R: cioè il modo in cui lo spacchi in che senso, B1?

B1. Perché il rettangolo... il diagramma rettangolo... eeh mi sa che tutti lo hanno fatto spaccando... in 10 e 2 e 10 e 4... Invece il diagramma a gelosia tu fai 2 x 1; 1 x 4... 2x 1; 2 x 4 (con la matita indica la lavagna e le differenti operazioni che sta compiendo)... in modo, in questa (si riferisce al diagramma a gelosia), diversi.

R: e quindi lo spacchi diverso? Perché (indicando il diagramma a gelosia) qui cosa ci viene fuori?

[Momento di silenzio]

I: lo spacchi diverso, che cosa significa? Perché? Perché è diverso? Sai B1, potrebbe essere giusto o sbagliato quello che dici, dipende da come lo spieghi

B1: perché... per farlo più veloce

I: lo devi spiegare... Allora, a gelosia lo spacchi in maniera più veloce...

R: Ma cosa vuol dire più veloce, qui?

B1: perché al posto di spaccare in 10 e 2, 10 e 4... spacchi... non spacchi, diciamo...

I: io penso di aver capito, però, siccome sono tonta voglio essere sicura. Vai. Il rettangolo lo spacchi in 10. Poi?

B1: quel 4 non sarebbe un'unità... un.... Sarebbe una decina

Lavorare sull'argomentazione nella discussione

B1: il modo in cui è disegnato e poi... il modo in cui lo spacchi

R: cioè il modo in cui lo spacchi in che senso, B1?

B1. Perché il rettangolo... il diagramma rettangolo... eeh mi sa che tutti lo hanno fatto spaccando... in 10 e 2 e 10 e 4... Invece il diagramma a gelosia tu fai 2×1 ; 1×4 ... 2×1 ; 2×4 (con la matita indica la lavagna e le differenti operazioni che sta compiendo)... in modo, in questa (si riferisce al diagramma a gelosia), diversi.

R: e quindi lo spacchi diverso? Perché (indicando il diagramma a gelosia) qui cosa ci viene fuori?

[Momento di silenzio]

I: lo spacchi diverso, che cosa significa? Perché? Perché è diverso? Sai B1, potrebbe essere giusto o sbagliato quello che dici, dipende da come lo spieghi

B1: perché... per farlo più veloce

I: lo devi spiegare... Allora, a ge

R: Ma cosa vuol dire più veloce,

B1: perché al posto di spaccare

I: io penso di aver capito, però,

B1: quel 4 non sarebbe un'unit

Richiesta di chiarificazione ed esplicitazione; **focus sul perché** (perché puoi sostenere la tua posizione? Grazie a quali **fatti/significati** matematici?)

Lavorare sull'ar

B1: il modo in cui è disegnato e

R: cioè il modo in cui lo spacchi in

B1: Perché il rettangolo... il diag

10 e 4... Invece il diagramma a g

operazioni che sta compiendo)...

R: e quindi lo spacchi diverso? Perché (indica... a gelosia) qui cosa ci viene fuori?

[Momento di silenzio]

Contratto didattico: giusto o sbagliato legato alla capacità di argomentare (importante per lo sviluppo di una corretta visione epistemologica della matematica)

I: lo spacchi diverso, che cosa significa? Perché? Perché è diverso? Sai B1, potrebbe essere giusto o sbagliato quello che dici, dipende da come lo spieghi

B1: perché... per farlo più veloce

I: lo devi spiegare... Allora, a gelosia lo spacchi in maniera più veloce...

R: Ma cosa vuol dire più veloce, qui?

B1: perché al posto di spaccare in 10 e 2, 10 e 4... spacchi... non spacchi, diciamo...

I: io penso di aver capito, però, siccome sono tonta voglio essere sicura. Vai. Il rettangolo lo spacchi in 10. Poi?

B1: quel 4 non sarebbe un'unità... un.... Sarebbe una decina

Lavorare sull'

B1: il modo in cui è disegnato

R: cioè il modo in cui lo spacciamo

B1: Perché il rettangolo...

10 e 4... Invece il diagramma...

operazioni che sta compiendo

R: e quindi lo spacciamo diversamente

[Momento di silenzio]

I: lo spacciamo diverso, che cosa significa?

R: che dici, dipende da come lo spieghi

B1: perché... per farlo più veloce

I: lo devi spiegare... Allora, a gelosia lo spacciamo in maniera più veloce...

R: Ma cosa vuol dire più veloce, qui?

B1: perché al posto di spaccare in 10 e 2, 10 e 4... spacciamo... non spacciamo, diciamo...

I: io penso di aver capito, però, siccome sono tonta voglio essere sicura. Vai. Il rettangolo lo spacciamo in 10. Poi?

B1: quel 4 non sarebbe un'unità... un.... Sarebbe una decina

Argomento di natura non disciplinare, legato allo scopo contestuale di svolgere l'operazione in modo più «leggero» dal punto di vista del carico cognitivo

e 2 e
fferenti

Lavorare sull'argomentazione nella discussione

B1: il modo in cui è disegnato e poi... il modo in cui lo spacchi

R: cioè il modo in cui lo spacchi in che senso, B1?

B1. Perché il rettangolo... il

10 e 4... Invece il diagram

operazioni che sta compi

R: e quindi lo spacchi dive

[Momento di silenzio]

I: lo spacchi diverso, che c

che dici, dipende da come

B1: perché... per farlo più veloce

I: lo devi spiegare... Allora, a gelosia lo spacchi in maniera più veloce...

R: Ma cosa vuol dire più veloce, qui?

B1: perché al posto di spaccare in 10 e 2, 10 e 4... spacchi... non spacchi, diciamo...

I: io penso di aver capito, però, siccome sono tonta voglio essere sicura. Vai. Il rettangolo lo spacchi in 10. Poi?

B1: quel 4 non sarebbe un'unità... un.... Sarebbe una decina

Richiesta di chiarificazione ed esplicitazione; **focus sul significato del segno situato «veloce»**

10 e 2 e
differenti

o quello

Lavorare sull'argomentazione nella discussione

B1: il modo in cui è disegnato e poi il modo in cui lo spacchi

R: cioè il modo in cui lo spacchi

B1: Perché il rettangolo... il di

10 e 4... Invece il diagramma

operazioni che sta compiendo

R: e quindi lo spacchi diverso?

[Momento di silenzio]

I: lo spacchi diverso, che cosa

che dici, dipende da come lo s

B1: perché... per farlo più veloce

I: lo devi spiegare... Allora, a gelosia lo spacchi in camera più veloce...

R: Ma cosa vuol dire più veloce, qui?

B1: perché al posto di spaccare in 10 e 2, 10 e 4... spacchi... non spacchi, diciamo...

I: io penso di aver capito, però, siccome sono tonta voglio essere sicura. Vai. Il rettangolo lo spacchi in 10. Poi?

B1: quel 4 non sarebbe un'unità... un.... Sarebbe una decina

Il bambino torna sul segno situato «spaccare» per cercare di costruire un argomento a sostegno della sua posizione

Lavorare sull'argomentazione nella discussione

B1: il modo in cui è disegnato e poi il modo in cui lo spacchi

R: cioè il modo in cui lo spacchi

B1: Perché il rettangolo... il di

10 e 4... Invece il diagramma
operazioni che sta compiendo

R: e quindi lo spacchi diverso?

[Momento di silenzio]

I: lo spacchi diverso, che cosa
che dici, dipende da come lo s

B1: perché... per farlo più veloce

I: lo devi spiegare... Allora, a gelosia lo spacchi... camera più veloce...

R: Ma cosa vuol dire più veloce, qui?

B1: perché al posto di spaccare in 10 e 2, 10 e 4... spacchi... non spacchi, diciamo...

I: io penso di aver capito, però, siccome sono tonta voglio essere sicura. Vai. Il rettangolo lo spacchi in 10. Poi?

B1: quel 4 non sarebbe un'unità... un.... Sarebbe una decina

- Alta pertinenza
- Buona coerenza interna e connessione logica degli argomenti
- **Uso «misto» di espressioni coerenti con l'ambito di riferimento e di espressioni situate**

Lavorare sull'argomentazione nella discussione

B1: il modo in cui è disegnato e poi... il modo in cui lo spacchi

R: cioè il modo in cui lo spacchi in che senso. B1?

B1. Perché il rettangolo... il di
10 e 4... Invece il diagramma
operazioni che sta compiendo

R: e quindi lo spacchi diverso?

[Momento di silenzio]

I: lo spacchi diverso, che cosa
che dici, dipende da come lo s

B1: perché... per farlo più vel

I: lo devi spiegare... Allora, a ge

R: Ma cosa vuol dire più veloce, qui?

B1: perché al posto di spaccare in 10 e 2, 10 e 4... spacchi... non spacchi. diciamo...

I: io penso di aver capito, però, siccome sono tonta voglio essere sicura. Vai. Il rettangolo lo spacchi in 10. Poi?

B1: quel 4 non sarebbe un'unità... un.... Sarebbe una decina

L'insegnante rilancia, ma lascia concludere il bambino

Lavorare sull'argomentazione nella discussione

B1: il modo in cui è disegnato e poi... il modo in cui lo spacchi

R: cioè il modo in cui lo spacchi in che senso, B1?

B1: Perché il rettangolo... il diagramma rettangolo... eeh mi sa che tutti lo hanno fatto spaccando... in 10 e 2 e 10 e 4... Invece il diagramma a operazioni che sta compiendo

R: e quindi lo spacchi diverso?

[Momento di silenzio]

I: lo spacchi diverso, che cosa che dici, dipende da come lo s

B1: perché... per farlo più vel

I: lo devi spiegare... Allora, a g

R: Ma cosa vuol dire più veloce

B1: perché al posto di spaccare in 10 e 2, ... non spacchi, diciamo...

I: io penso di aver capito, però, siccome sono tonta voglio essere sicura. Vai. Il rettangolo lo spacchi in 10. Poi?

B1: quel 4 non sarebbe un'unità... un.... Sarebbe una decina

Il bambino riesce a formulare un «argomento di natura rigorosa» a sostegno della sua posizione: si è sganciato dal segno situato per passare al segno matematico «decina»

Lavorare sull'argomentazione nella discussione

B1: il modo in cui è diseg

R: cioè il modo in cui lo

B1. Perché il rettango

10 e 4... Invece il diag

operazioni che sta con

R: e quindi lo spacchi d

[Momento di silenzio]

I: lo spacchi diverso, c

che dici, dipende da c

B1: perché... per farlo

I: lo devi spiegare... Al

R: Ma cosa vuol dire più ve

B1: perché al posto di spaccare in 1

I: io penso di aver capito, però, sic

B1: quel 4 non sarebbe un'unità... un.... Sarebbe una decina

- ***Esplicitazione di significato in riferimento alla notazione posizionale decimale***
- ***Mobilizzazione del sapere specifico di riferimento***
- ***Costruzione di passaggi logici che consentano di spiegare perché due scritture apparentemente diverse rappresentino la stessa cosa***

«Tiriamo le somme»

Conclusioni e riflessioni finali

Conclusioni e riflessioni finali

- Lentezza nello sviluppo delle capacità di discutere ed argomentare
- Necessità di soffermarsi molto sui «perché» della matematica
- Particolare
- Necessità di soffermarsi su parti
- Non acc...
- ma con...
- sottese

Negli esempi che abbiamo visto la capacità dei bambini di discutere e argomentare le loro posizioni è stato il frutto del lavoro fatto dagli sperimentatori lungo tutto il percorso sviluppato da PerContare sulla moltiplicazione (tempi lunghi)

Conclusioni e riflessioni finali

- Lentezza nello sviluppo delle capacità di discutere ed argomentare
- **Necessità di soffermarsi molto sui «perché» della matematica**
- Particolare attenzione ai protocolli e alle produzioni degli studenti

- Necessità di soffermarsi molto sui «perché» della matematica
- Non
- ma c
- sotto

Negli esempi che abbiamo visto le domande «aperte» sono state chiave, soprattutto le richieste di esplicitazione e di informazione con focus sul perché: perché puoi sostenere la tua posizione? Grazie a quali fatti/significati matematici?

Conclusioni e riflessioni finali

- Lentezza nello sviluppo delle capacità di discutere ed argomentare
- Necessità di soffermarsi molto sui «perché» della matematica
- Particolare attenzione ai protocolli e alle produzioni degli studenti

- Necessità di tornare più volte, con necessità di un immediato, su parte
- Non ad...
ma con...
sottese

I protocolli possono fornire materiale per affinare la familiarità dell'insegnante con i criteri di analisi dell'argomentazione sopra evidenziati; questo può permettere di gestire con maggiore consapevolezza la discussione matematica

Conclusioni e riflessioni finali

- Lentezza nello sviluppo delle capacità di discutere ed argomentare
- Necessità di soffermarsi molto sui «perché» della matematica
- Particolare attenzione ai protocolli e alle produzioni degli studenti

- Necessità di tornare più volte, non necessariamente mediate su parte
- Non ad...
ma con...
sottese

*In questa prospettiva, le guide di PerContare mostrano **esempi di analisi di protocolli**, per aiutare a riflettere sui possibili «perché» matematici che le bambine e i bambini possono sviluppare nel contesto di problemi aperti.*

Conclu

- Lentezza
- Necessità
- Particolare attenzione ai protocolli e alle produzioni degli studenti
- **Necessità di tornare più volte, non necessariamente nell'immediato, su particolari espressioni delle bambine e dei bambini**
- Non accontentarsi della risposta «giusta» del bambino/della bambina, ma continuare ad indagare quali fatti matematici e quali ragioni siano sottese alla risposta

*Per sviluppare la discussione e l'argomentazione è fondamentale che l'insegnante possa decidere anche di **posticipare il rilancio o la richiesta dei «perché»** in momenti successivi, per prendersi il tempo dell'analisi delle produzioni degli studenti*

- *«potrebbe essere giusto o sbagliato quello che dici, dipende da come lo spieghi» (Contratto didattico)*
- *Riportare il focus sui «perché» ogni qualvolta questo sia necessario*
- *Prestare particolare attenzione alla differenza tra il discorso situato degli studenti ed il discorso matematico*

su particolari espressioni delle bambine e dei bambini

- Non accontentarsi della risposta «giusta» del bambino/della bambina, ma continuare ad indagare quali fatti matematici e quali ragioni siano sottese alla risposta

Formazione del progetto PerContare

Grazie

Bibliografia

- Maria Giuseppina Bartolini, Maria Alessandra Mariotti (2009), *Mediazione semiotica nella didattica della matematica: artefatti e segni nella tradizione di Vygotskij*, in *L’Insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate*, vol. 32 A-B, pp. 270-294. (reperibile nelle risorse del sito PerContare: <https://www.percontare.it/>)
- Maria Giuseppina Bartolini, Mara Boni, Franca Ferri (1995), *Interazione sociale e conoscenza a scuola: la Discussione Matematica* (reperibile al seguente link: <https://www.comune.modena.it/memo/prodotti-editoriali/saperi-e-discipline/interazione-sociale-e-conoscenza-a-scuola-la-discussione-matematica>)
- Mariotti, M. A. (2009). Artifacts and signs after a Vygotskian perspective: The role of the teacher. *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, 41(4), 427–440. <https://doi.org/10.1007/s11858-009-0199-z>

Bibliografia

- Galliani, E., Pesce, A. & Pollero, L. (Eds.), *Oltre noi e il sole. Imparare a ragionare e argomentare*. Edizioni Conoscenza. ISBN: 9788899900397
- Boero, P. (1999). *Argomentazione e dimostrazione: una relazione complessa, produttiva e inevitabile nella matematica e nella didattica della matematica*. La lettre de la preuve–International Newsletter on the Teaching and Learning of Mathematical Proof.
(<http://www.lettredelapreuve.org/OldPreuve/Newsletter/990708Theme/990708ThemeIT.html>)
- Raccolta di presentazioni sul seminario «*La discussione a scuola: spunti multidisciplinari di riflessione*» (Reggio Emilia, 10/12/2018): <https://shuxuematematica.wordpress.com/2018/12/21/presentazioni-seminario-su-la-discussione-10-12-2018/>