

Formazione del progetto PerContare
PerContare: principi per il pensiero additivo, i bruchi della posizionalità e le operazioni di addizione e sottrazione tra numeri razionali

Anna Baccaglioni-Frank, Alessandro Ramploud, Silvia Funghi
Università di Pisa



Oggi parleremo di...

- Introduzione
 - «*il bravo insegnante*» Rosetta Zan
 - Un passaggio delicato...
 - I numeri razionali
- Germano e Germana, i bruco dei numeri decimali
 - Dove ci eravamo lasciati?
 - Bruco fisico
 - Software bruco
- Rapporto con le frazioni decimali
 - Artefatto «carta millimetrata»
 - Confronto tra numeri decimali... sinergie di artefatti
- Come pensano i bruchi... quando fanno addizione e sottrazione
 - Bolle, bruchi, e addizioni
 - Un'addizione difficile
 - Bolle, bruchi, e sottrazioni
 - Una sottrazione difficile
- «Tiriamo le somme»...

Introduzione

- «*il bravo insegnante*» Rosetta Zan
- Un passaggio delicato...
- I numeri razionali

Credo che il ‘bravo’ insegnante diventi semplicemente... bravo insegnante, quando riesce a pensare su tempi lunghi e non brevi: quando si convince che ha tempo a disposizione, e che in questo tempo vale la pena di investire sforzi e risorse.

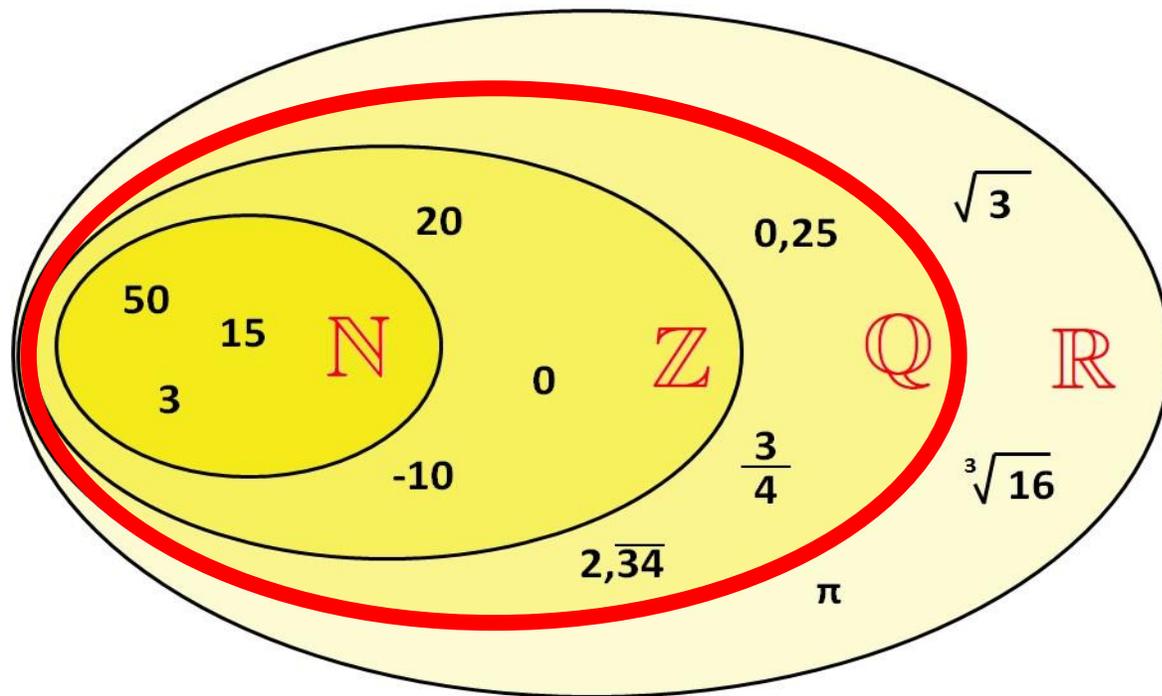
Gli aspetti affettivi diventano cruciali non per gestire una relazione soddisfacente nell’immediato, ma per sostenere la realizzazione di un progetto educativo a lungo termine, perché questa realizzazione richiede fiducia, coinvolgimento, attenzione.

L’interesse per l’allievo non si concretizza stabilendo con lui un generico buon rapporto, evitando il conflitto, evitando – a lui e a noi stessi – emozioni negative, ma accettando il disagio di gestire il conflitto, se necessario, accettando anche la sofferenza di vederlo vivere emozioni negative: in altre parole sostenendo, e non evitando, la sua fatica, confortati dalla convinzione che abbiamo davanti abbastanza tempo per vedere – o comunque per avere – i risultati di questa fatica.

In particolare **il sostegno da dare agli allievi in difficoltà non si esaurisce in un supporto per ‘aiutarli’ a dare risposte giuste, ma si allarga alla determinazione di perseguire processi di pensiero significativi, e di costruire pazientemente occasioni di crescita.**

Rosetta Zan, *I danni del bravo insegnante*

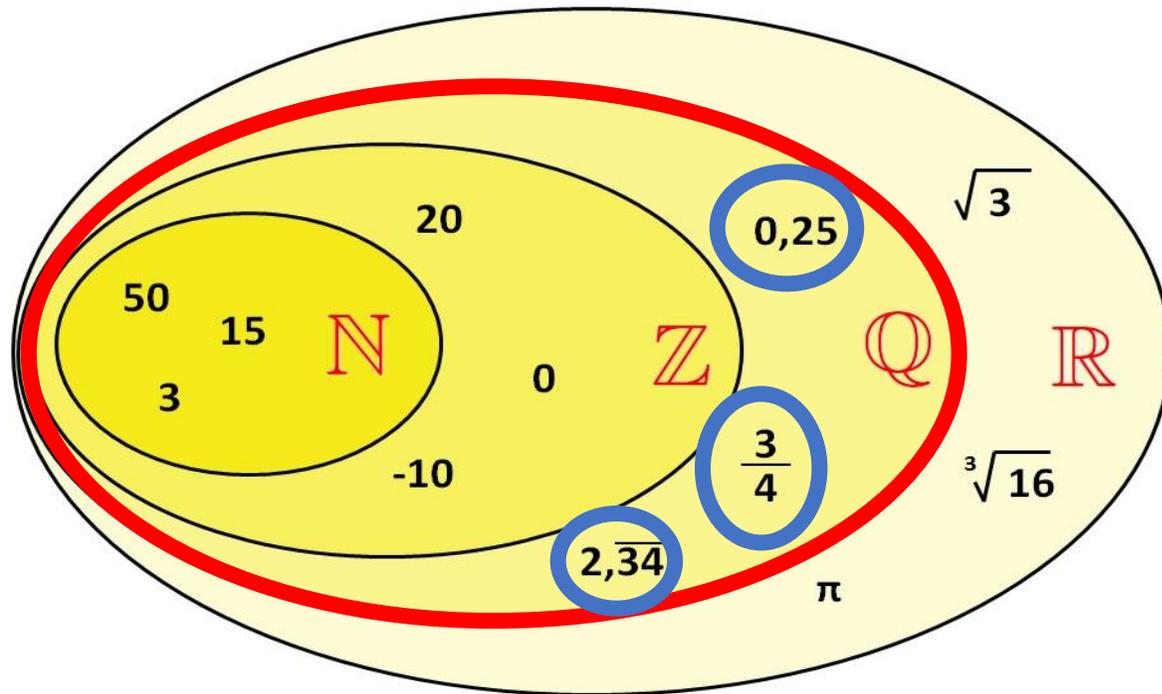
I numeri razionali



Duplice modalità di rappresentazione:

- Numero razionale rappresentato come **frazione** (p.es. $\frac{1}{8}$)
- Numero razionale rappresentato come "**numero con la virgola**" (p.es. 0,125)

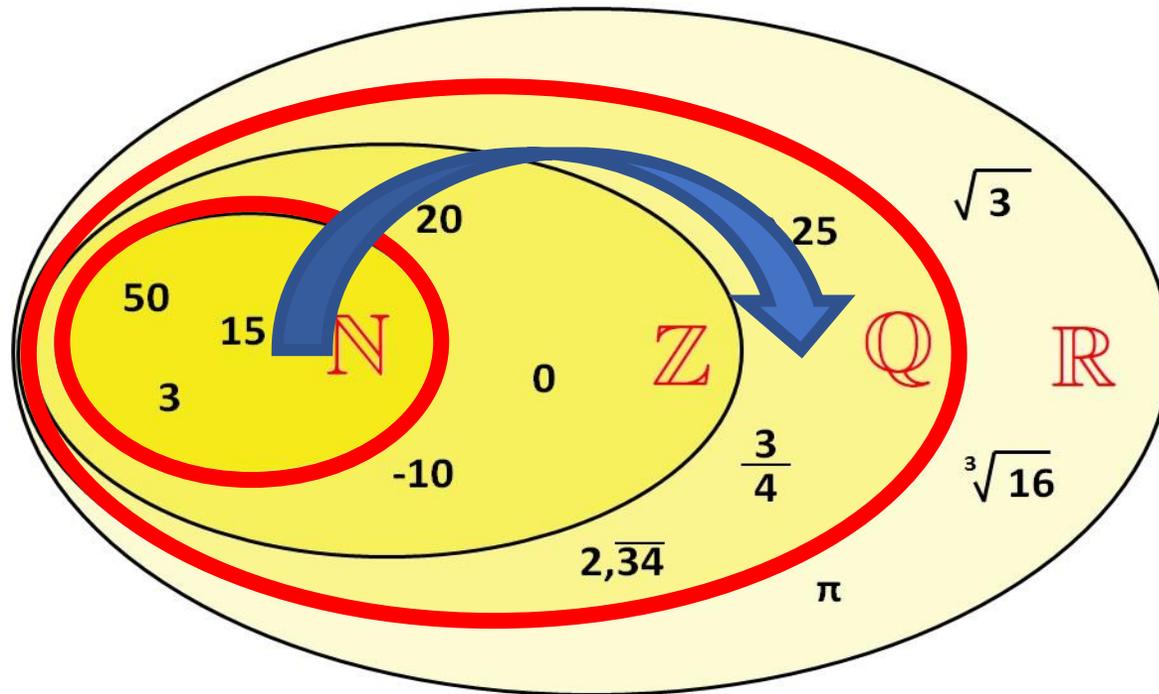
I numeri razionali



Ognuna delle due rappresentazioni può essere conveniente in certi contesti e meno in altri (p.es. confrontare due numeri razionali in forma di frazione può essere più laborioso che confrontarli in forma di numero decimale)

L'alunna/l'alunno [...] Riconosce e utilizza rappresentazioni diverse di oggetti matematici (numeri decimali, frazioni, percentuali, scale di riduzione...).
 [dai Traguardi delle Indicazioni Nazionali]

Un passaggio delicato...



Webinar Riconessioni
23 Giugno 2021

<https://www.percontare.it/>

Germano e Germana, i bruchi dei numeri decimali

- Dove ci eravamo lasciati?
- Bruco fisico
- Software bruco



Classe Quarta

Divisioni

- Moltiplichiamo per 10, 100, 1000
- Divisione canadese ottimizzata
- Divisione TIX-

Frazioni

- Riprendiamo la stadera
- La retta delle frazioni
- Sottrazione di frazioni (al momento non disponibile)
- Oltre l'intero

Numeri decimali

- Il bruco e... i numeri decimali
- Confrontiamo i numeri decimali
- Operazioni "con la virgola" (al momento non disponibile)

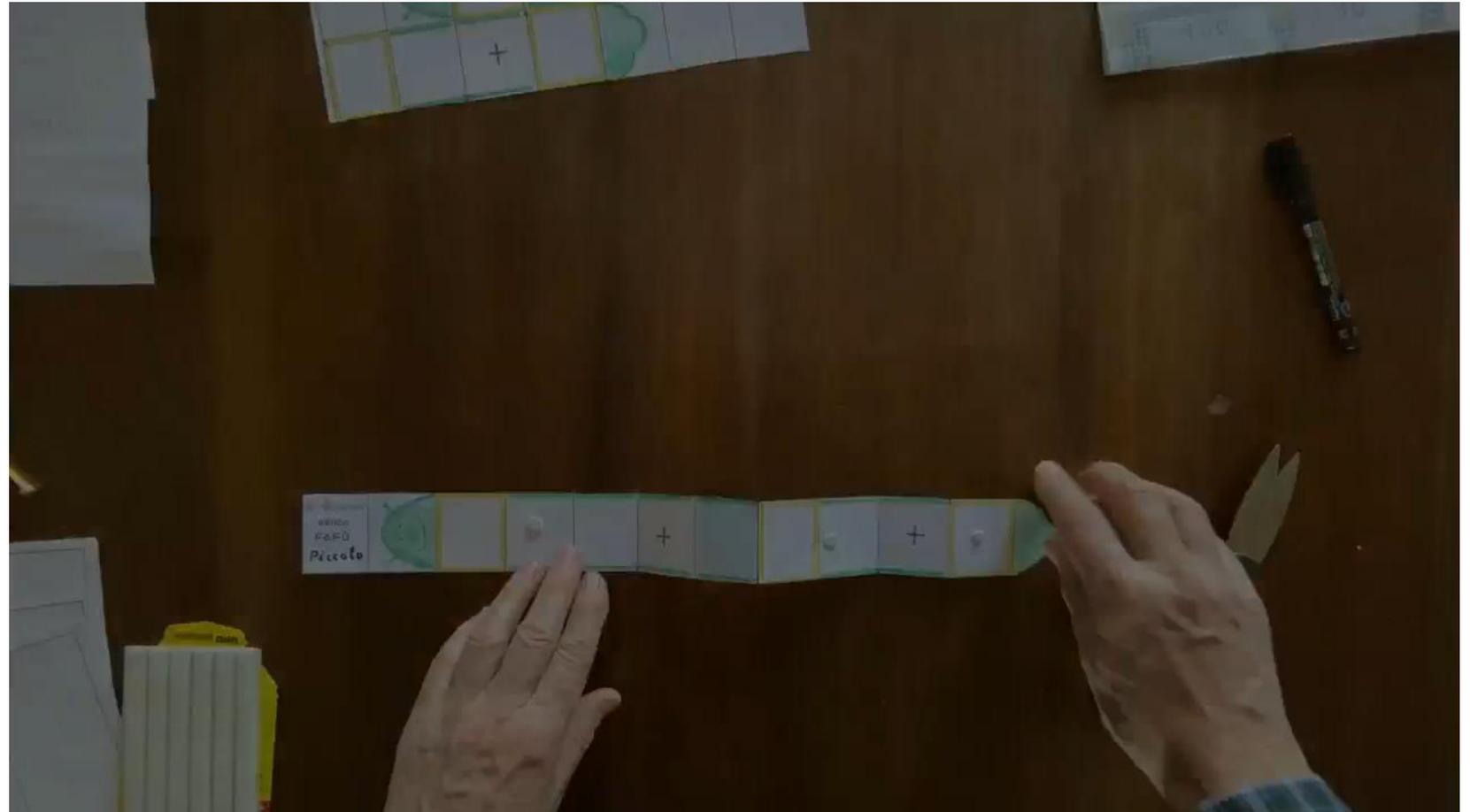
Unità di misura

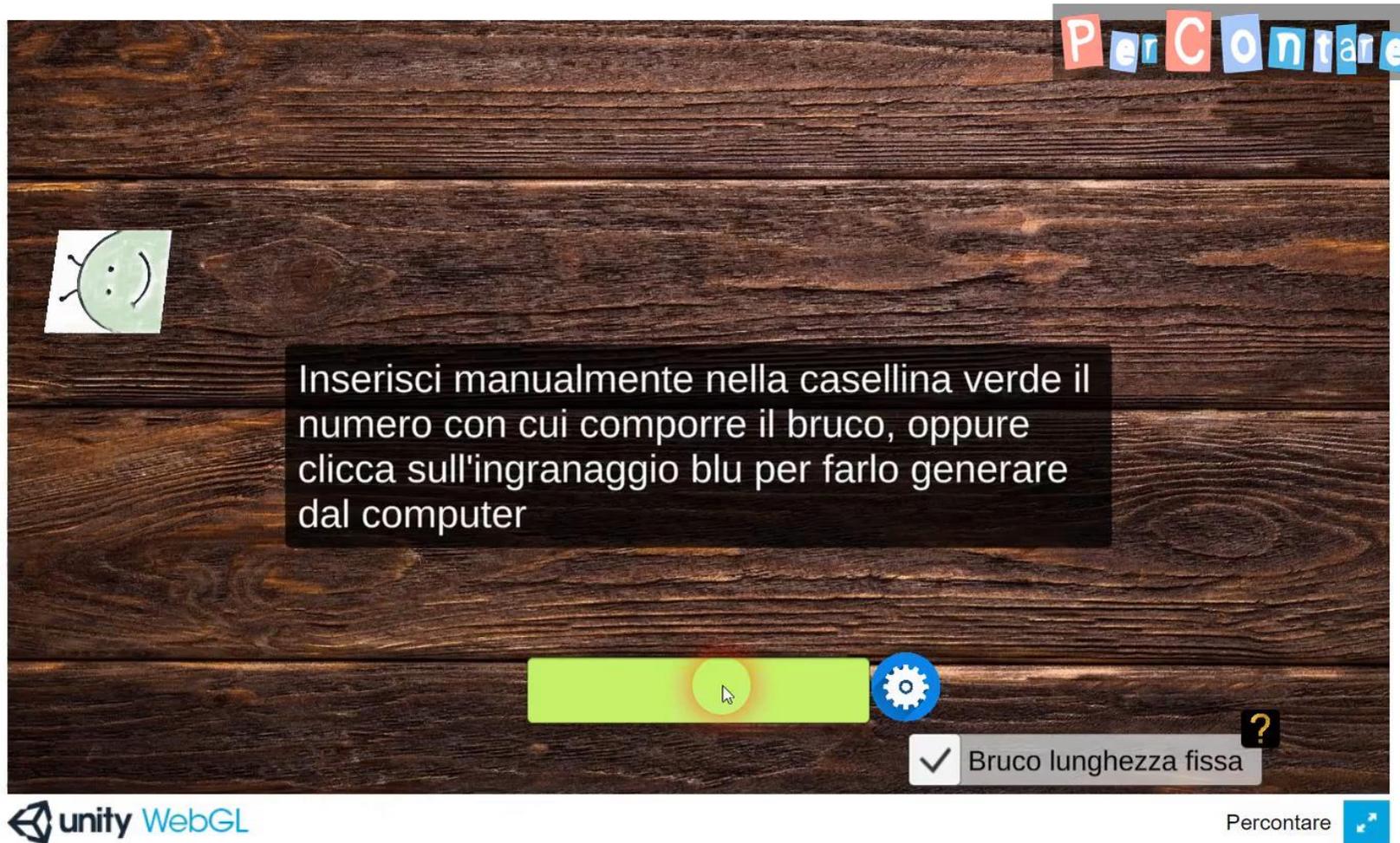
- Al momento non disponibile

Geometria

- Al momento non disponibile

Video n.1





Video n.2

<https://www.percontare.it/software/bruco-dei-deci/>



Video n. 3



Video n. 4

Dove ci eravamo lasciati?

5, 2, 4 + 3, 1, 3

5 + 0,2 + 0,04 + 3 + 0,1 + 0,03

5 + 3 = 8

0,2 + 0,1 = 0,3

0,04 + 0,03 = 0,07

5,24 + 3,13 → 8 0,3 0,07

8 + 0,3 + 0,07 = 8,37

Adattamento di una proposta in Cooreman, A. & Bringmans, M., (2004), *Rekenen Remediëren: droom of haalbare kaart?*, Antwerpen: Uitgeverij De Boeck, 147 en 153.

Dove ci eravamo lasciati?

Webinar 16 settembre 2021

Progetto "PerContare": la nuova guida di matematica per la classe quarta della primaria

<https://www.percontare.it/webinar/>

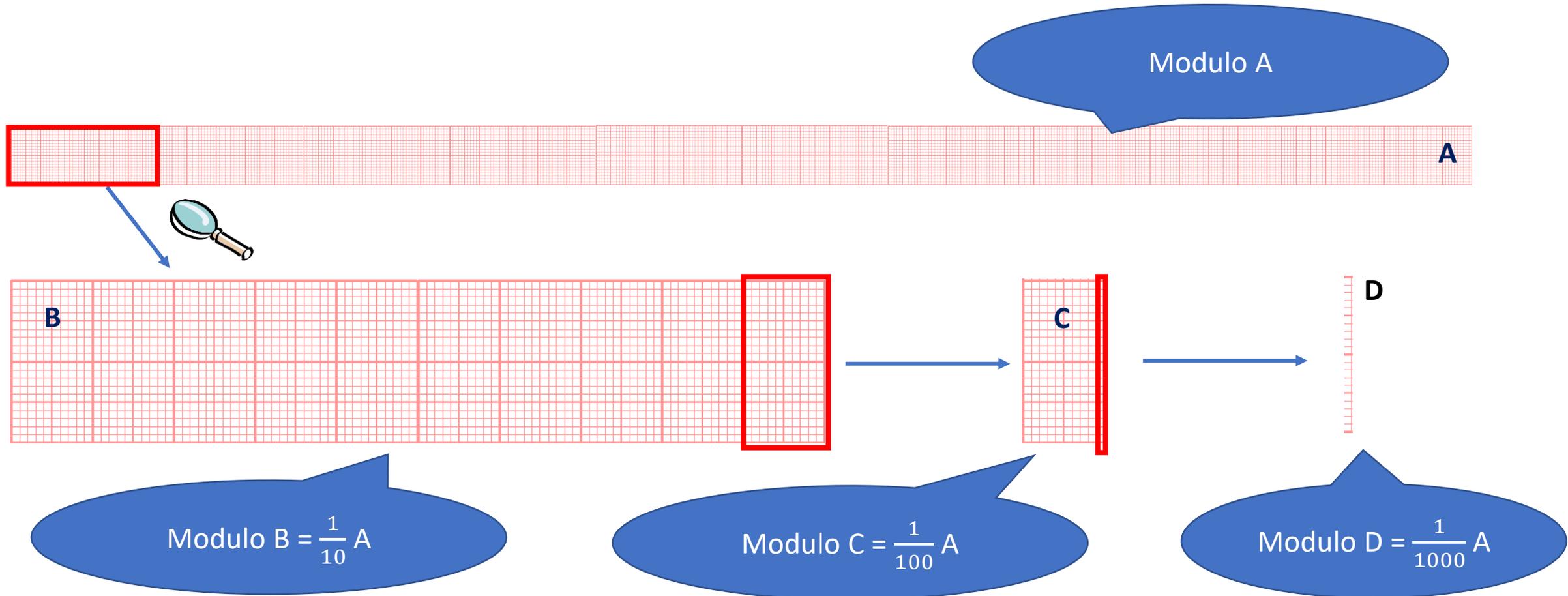
$8 + 0,2 + 0,04 + 3 + 0,1 + 0,03 = 8,37$

$8 + 0,3 + 0,07 = 8,37$

Adattamento di una proposta in Cooreman, A. & Bringmans, M., (2004), *Rekenen Remediëren: droom of haalbare kaart?*, Antwerpen: Uitgeverij De Boeck, 147 en 153.

Una passaggio-chiave: le frazioni decimali

- Artefatto «carta millimetrata»
- Confronto tra numeri decimali... sinergie di artefatti



Webinar 16 settembre 2021

Progetto "PerContare": la nuova guida di matematica per la classe quarta della primaria

<https://www.percontare.it/webinar/>

Modulo A



Modulo $\frac{1}{10} A$

Modulo C = $\frac{1}{100} A$

Modulo D = $\frac{1}{1000} A$

La retta delle frazioni

FASE 1
La retta plastificata

Scheda 1

Scheda 2A

Scheda 2B



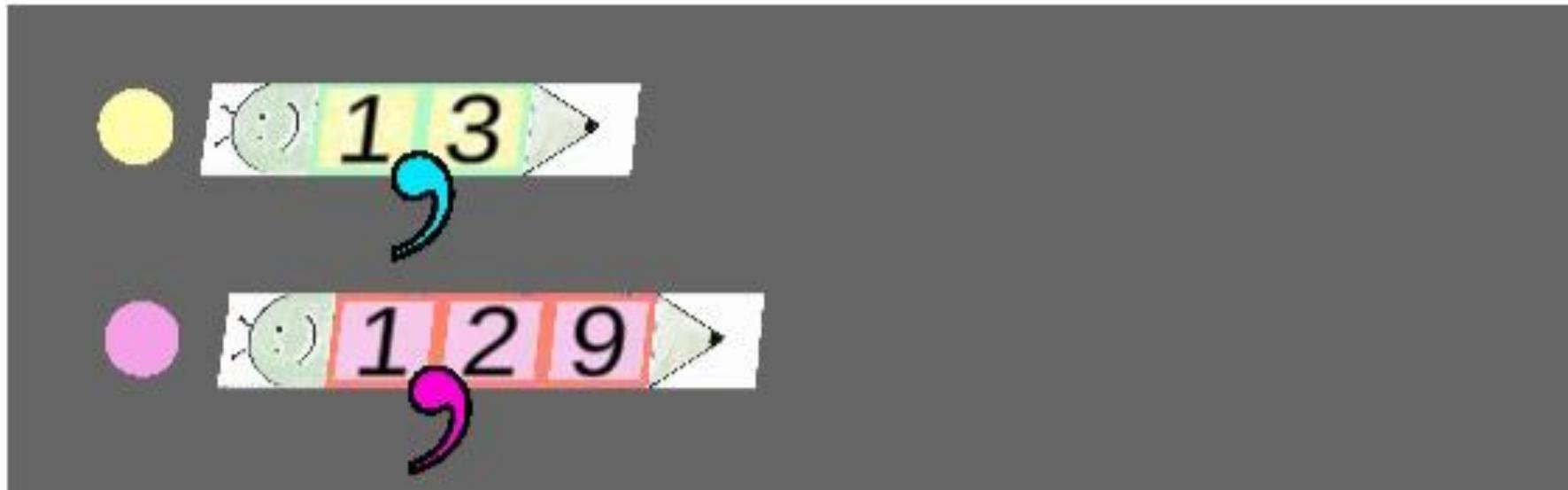
Il significato del numero e delle frazioni ritornano anche in uno degli aspetti più delicati dell'uso dei numeri decimali, cioè il saperli confrontare e saperli posizionare propriamente sulla linea dei numeri

Tacche e lunghezze sulla linea dei numeri

Quindi per posizionare le tacche delle frazioni, estendiamo segmenti della lunghezza pari alla frazione considerata a partire dalla tacca 0

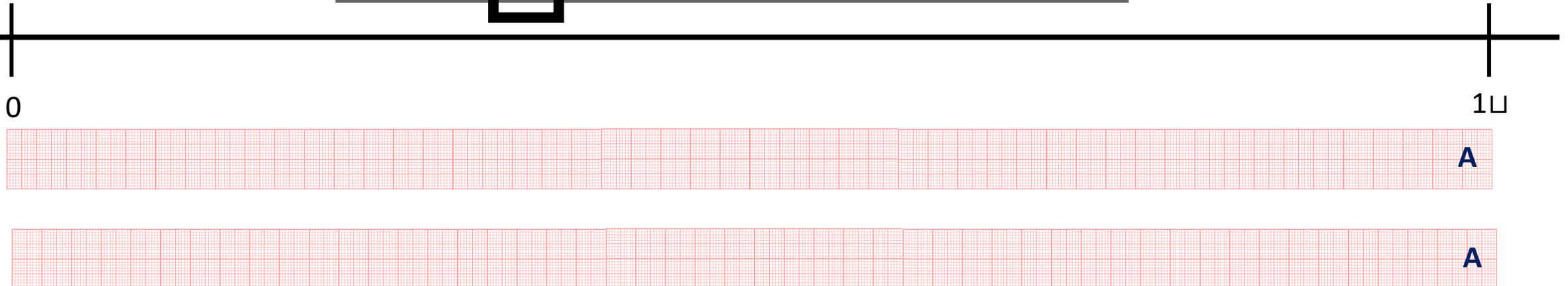
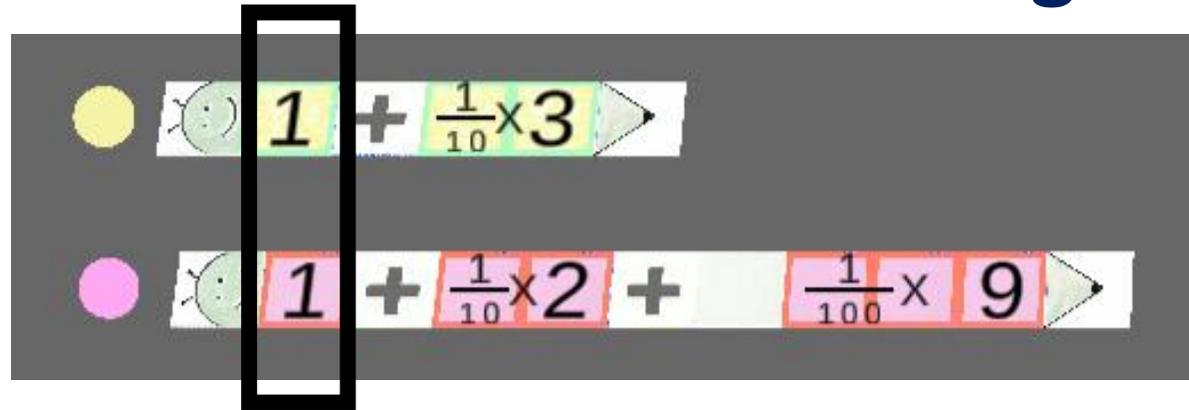
Confronto tra numeri decimali... sinergie di artefatti

Confrontiamo 1,3 e 1,29 con i nostri moduli...



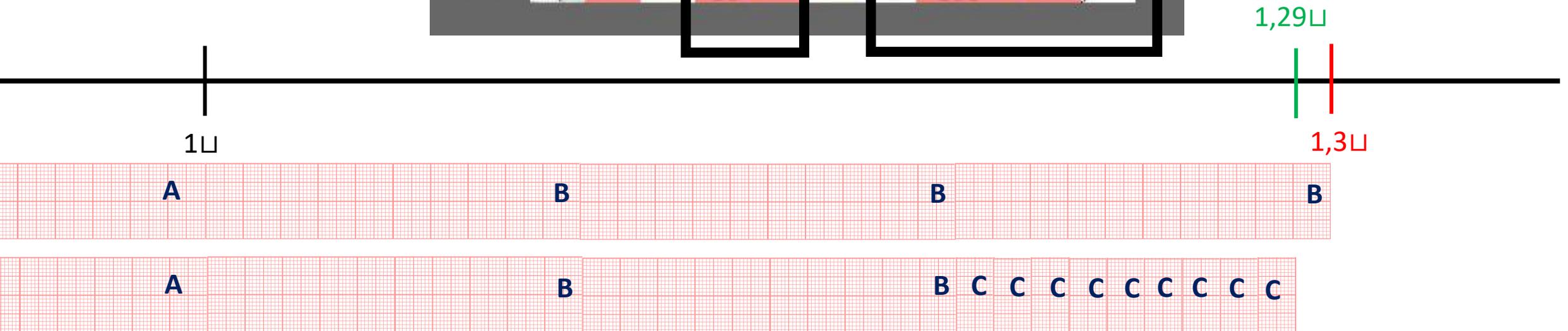
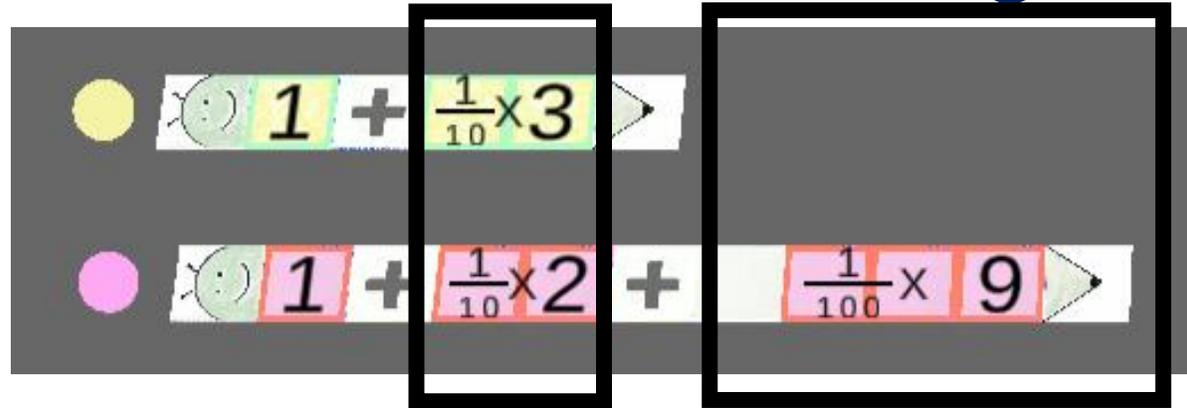
Video n.5

Confronto tra numeri decimali... sinergie di artefatti



Prendiamo la parte intera di 1,3 e 1,29 : siccome è 1 per entrambi i numeri, voglio confrontare le parti decimali; immagino di stendere il mio modulo A per entrambi

Confronto tra numeri decimali... sinergie di artefatti



Il numero $1,3 = 1 + \frac{1}{10} \times 3$ non ha più decimali, quindi abbiamo già costruito un modulo lungo esattamente $1,3 \text{ L}$.

Il numero $1,29 = 1 + \frac{1}{10} \times 2 + \frac{1}{100} \times 9$ invece ha ancora 9 come seconda cifra decimale, quindi dovrò aggiungere 9 **centesimi** a destra del secondo modulo da 1 decimo

Confronto tra numeri decimali... sinergie di artefatti

Poiché il numero 1,29 in questo modo si posiziona più a sinistra di 1,3, segue che 1,29 è minore 1,3

1 □

1,29 □

1,3 □



>

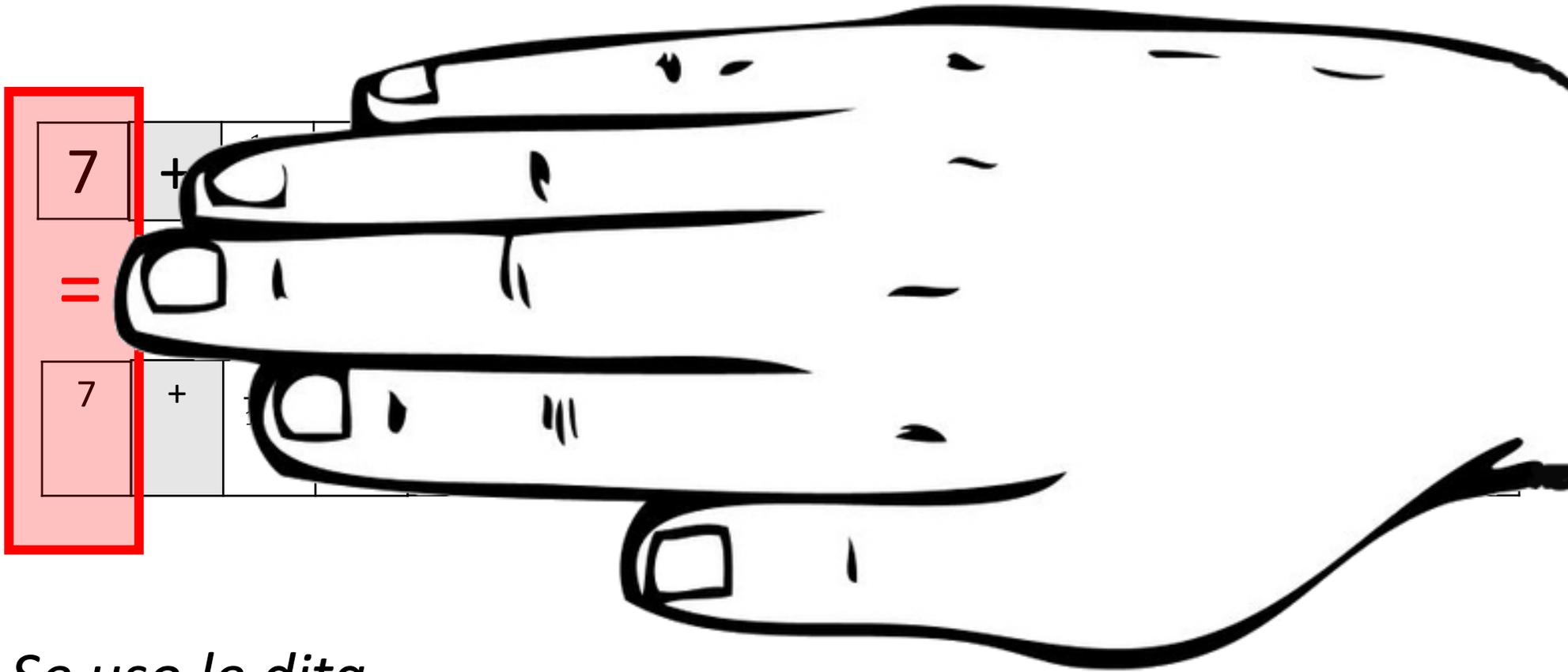


7, 7 5

7, 7 1 7

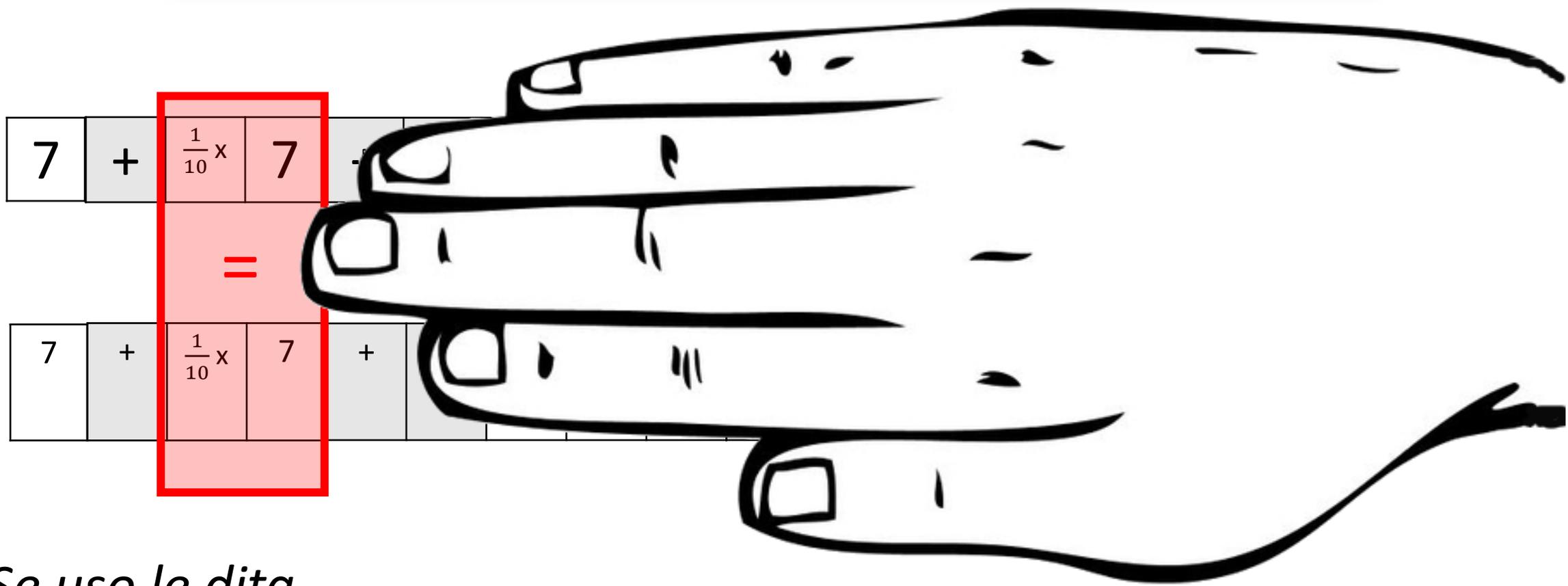
*...Ma chi avrà
pensato il
numero più
grande???*





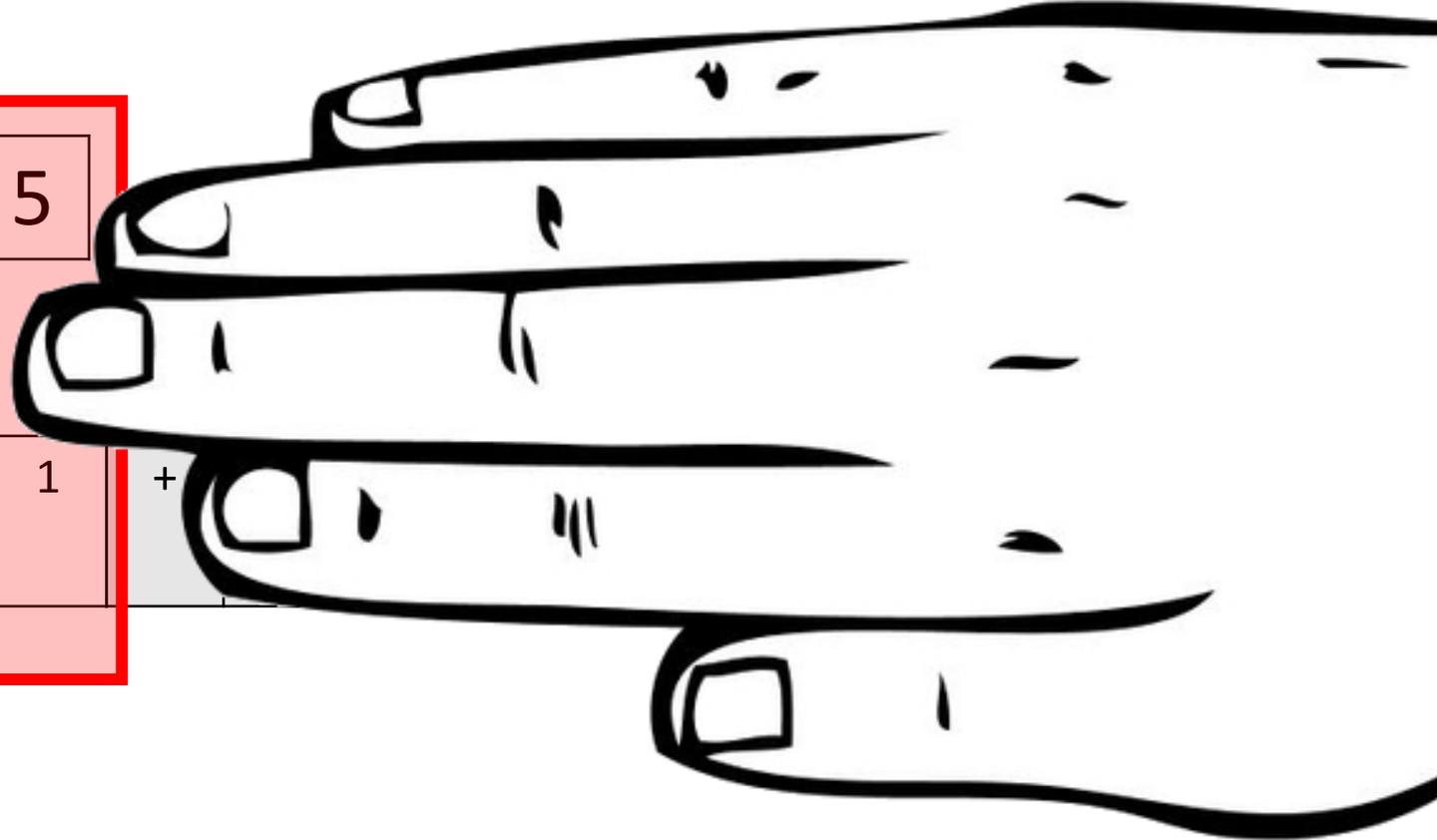
Se uso le dita...

Vedo subito che $7=7$, quindi la parte intera non mi basta per stabilire quale numero è più grande tra $7,75$ e $7,717$



*Se uso le dita...
 Vedo subito che $\frac{1}{10} \times 7 = \frac{1}{10} \times 7$, quindi la prima cifra decimale non mi basta per stabilire quale numero è più grande tra 7,75 e 7,717*

7	+	$\frac{1}{10} \times$	7	+		$\frac{1}{100}$	x	5	
						>			
7	+	$\frac{1}{10} \times$	7	+		$\frac{1}{100}$	x	1	+



Se uso le dita...

*Vedo subito che $\frac{1}{100} \times 5 > \frac{1}{100} \times 1$, quindi siccome i decimali a seguire sono tutti più piccoli di un centesimo, deve essere **7,75 > 7,717***

7, 7 5

>

7, 7 1 7



Come pensano i bruchi...

quando fanno le operazioni di addizione e sottrazione

- Bolle, bruchi, e addizioni
- Un'addizione difficile
- Bolle, bruchi, e sottrazioni
- Una sottrazione difficile

Per Contare

Bruchi, bolle, addizioni

Addizione senza composizioni

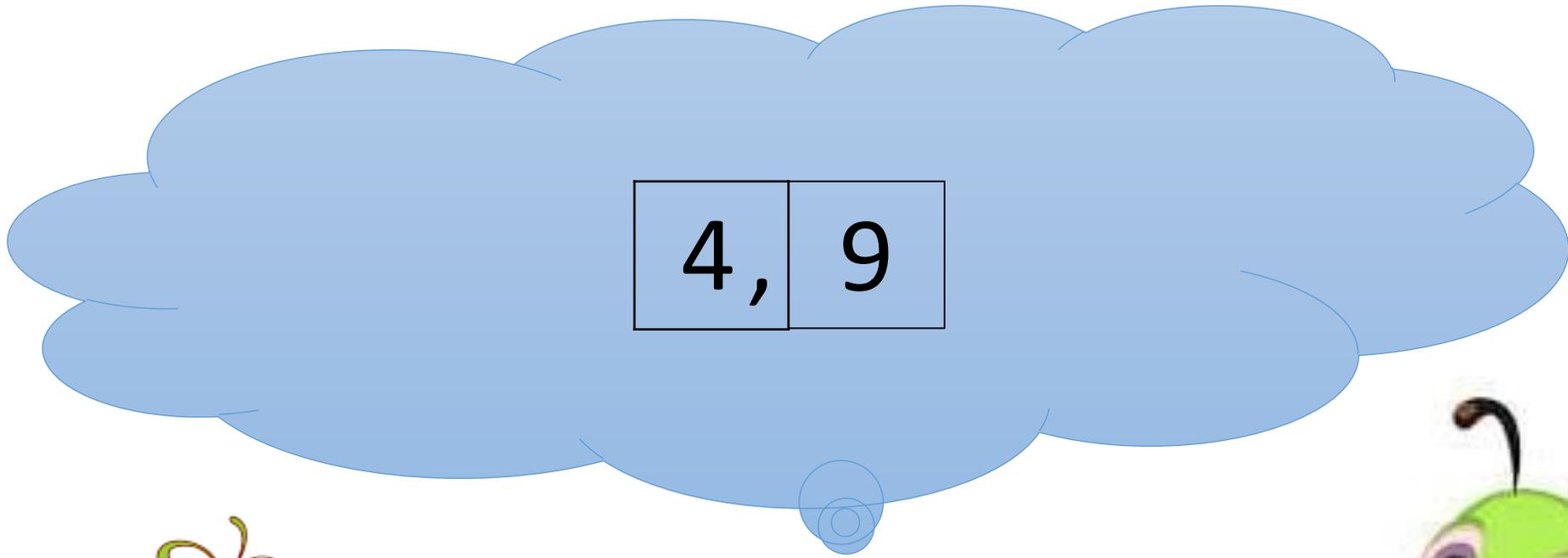


3, 5

+

1, 4





...Ma come avranno fatto???





L'opinione di Olga la "brucologa" ...

Per Contare



Fondazione
Compagnia
di San Paolo



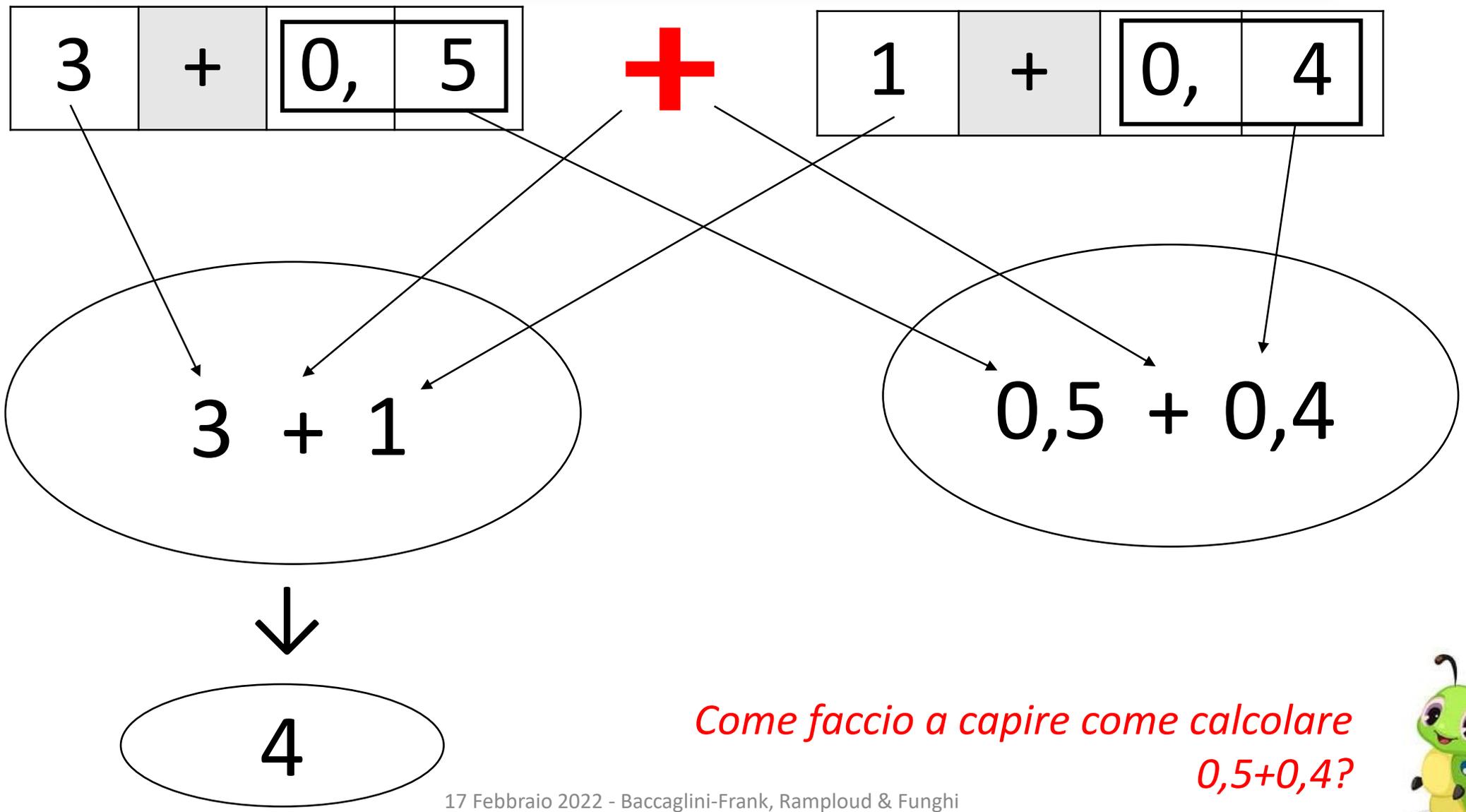
Fondazione
per la
Scuola

3	+	0,	5
---	---	----	---

+

1	+	0,	4
---	---	----	---





Come faccio a capire come calcolare 0,5+0,4?



3	+	0,	5
---	---	----	---

+

1	+	0,	4
---	---	----	---

$$3 + 1$$



$$4$$

$$\frac{1}{10} \times 5 + \frac{1}{10} \times 4$$

I bruchi mi suggeriscono un'altra rappresentazione: se giro le tesserine...



$$5 \text{ strisce } B + 4 \text{ strisce } B$$



Affiancando le due strisce ottengo una striscia lunga $\frac{1}{10} \times 9$



Questa frazione corrisponde ad un'altra tessera dei bruchi che già conosco: la tessera 0,9!

$$\frac{1}{10} \times 5 + \frac{1}{10} \times 4$$



3	+	0,5	
---	---	-----	--

+

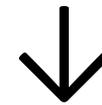
1	+	0,4	
---	---	-----	--

$3 + 1$



4

$0,5 + 0,4$



0,9



3	+	0,	5
---	---	----	---

+

1	+	0,	4
---	---	----	---

$3,5 + 1,4 \rightarrow$
4
0,9

4	+	0,	9
---	---	----	---

=
4,9



Per Contare

Bruchi, bolle, addizioni

Addizione con composizioni

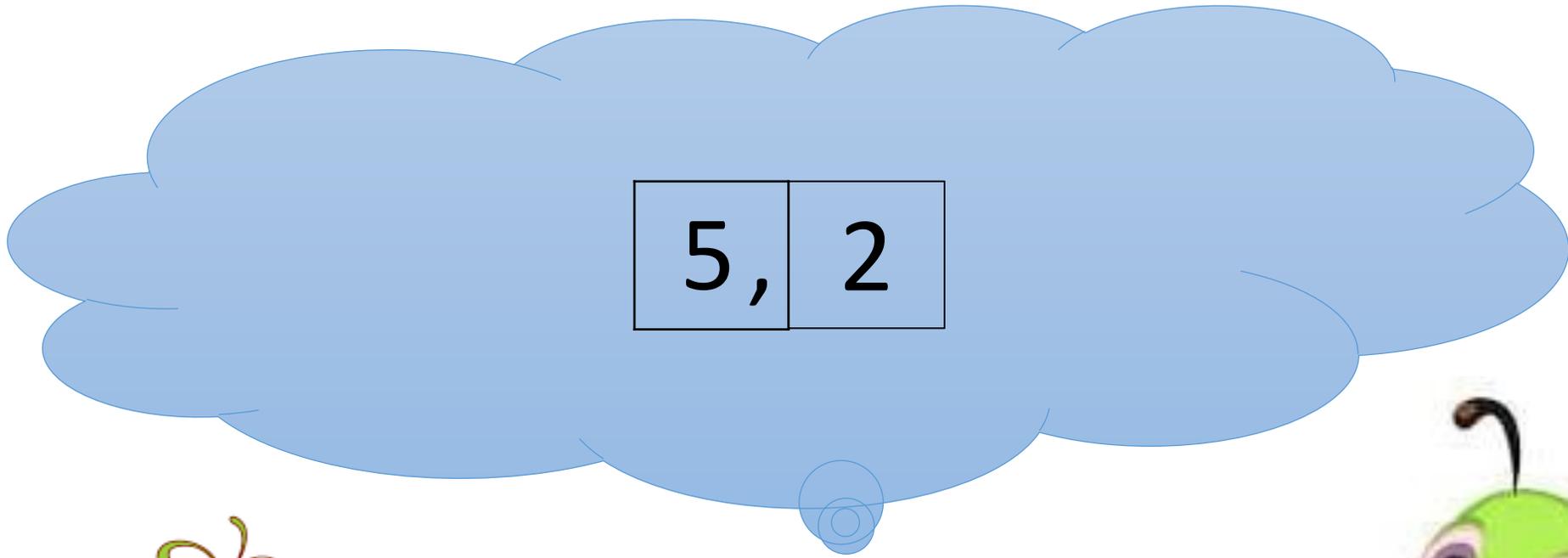


3,	5
----	---

+

1,	7
----	---





...Ma come avranno fatto???

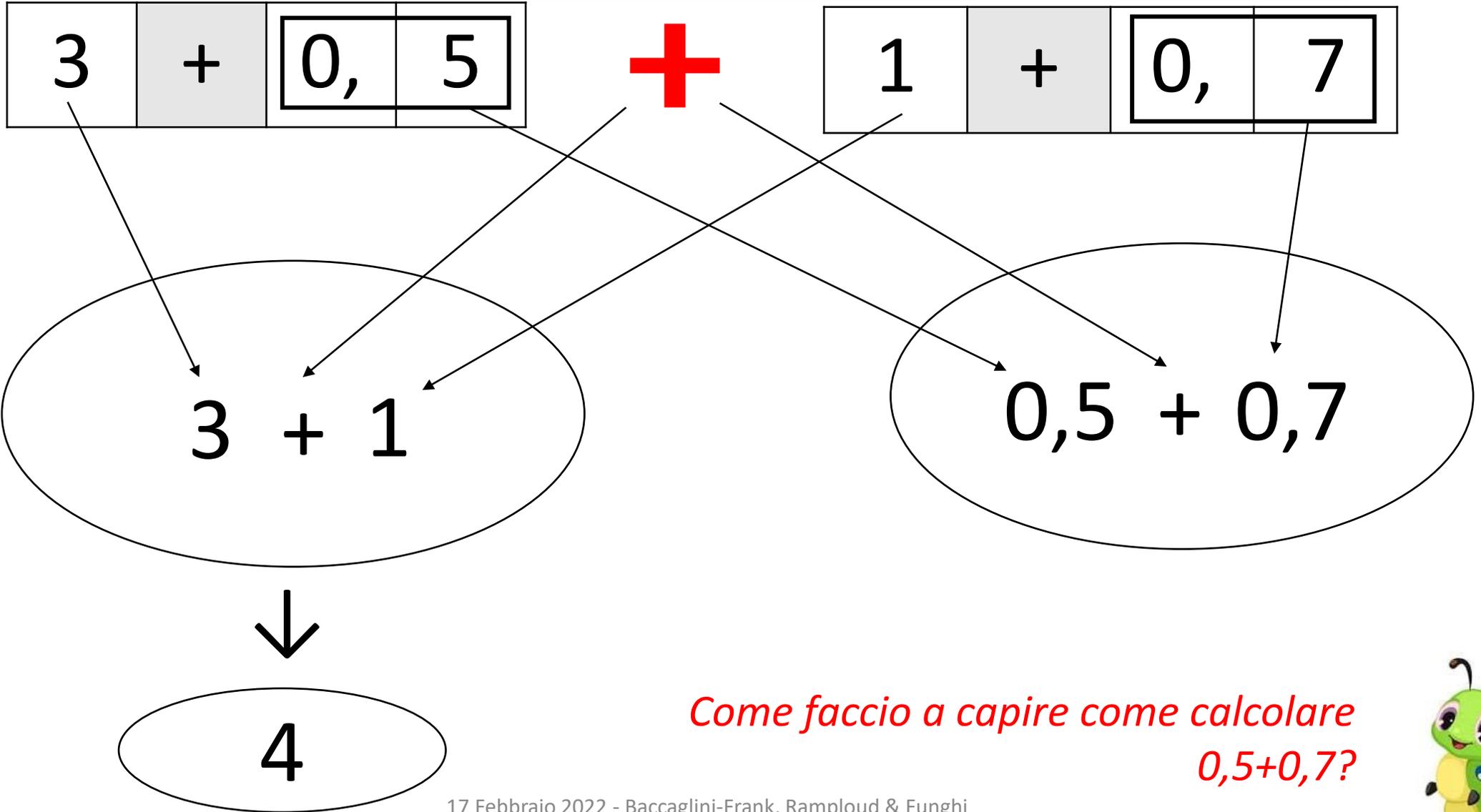


3	+	0,	5
---	---	----	---

+

1	+	0,	7
---	---	----	---





Come faccio a capire come calcolare $0,5+0,7$?

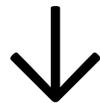


3	+	0, 5
---	---	------

+

1	+	0, 7
---	---	------

$$3 + 1$$



$$4$$

$$\frac{1}{10} \times 5 + \frac{1}{10} \times 7$$

I bruchi mi suggeriscono un'altra rappresentazione: se giro le tesserine...



$$\begin{array}{c} 12 \\ \parallel \\ 10 + 2 \end{array}$$


↓

$$\frac{1}{10} \times 5 + \frac{1}{10} \times 7$$

1 striscia intera (modulo A)
più

due pezzi da un decimo: $1 + \frac{1}{10} \times 2$

$$1$$

$$\frac{1}{10} \times 2$$



3	+	0,	5
---	---	----	---

+

1	+	0,	7
---	---	----	---

4

1

$\frac{1}{10} \times 2$



3	+	0,	5
---	---	----	---

+

1	+	0,	7
---	---	----	---

5

0,2



3	+	0,	5
---	---	----	---

+

1	+	0,	7
---	---	----	---

3,5 + 1,7 →

5

↓

0,2

↓

5	+	0,	2
---	---	----	---

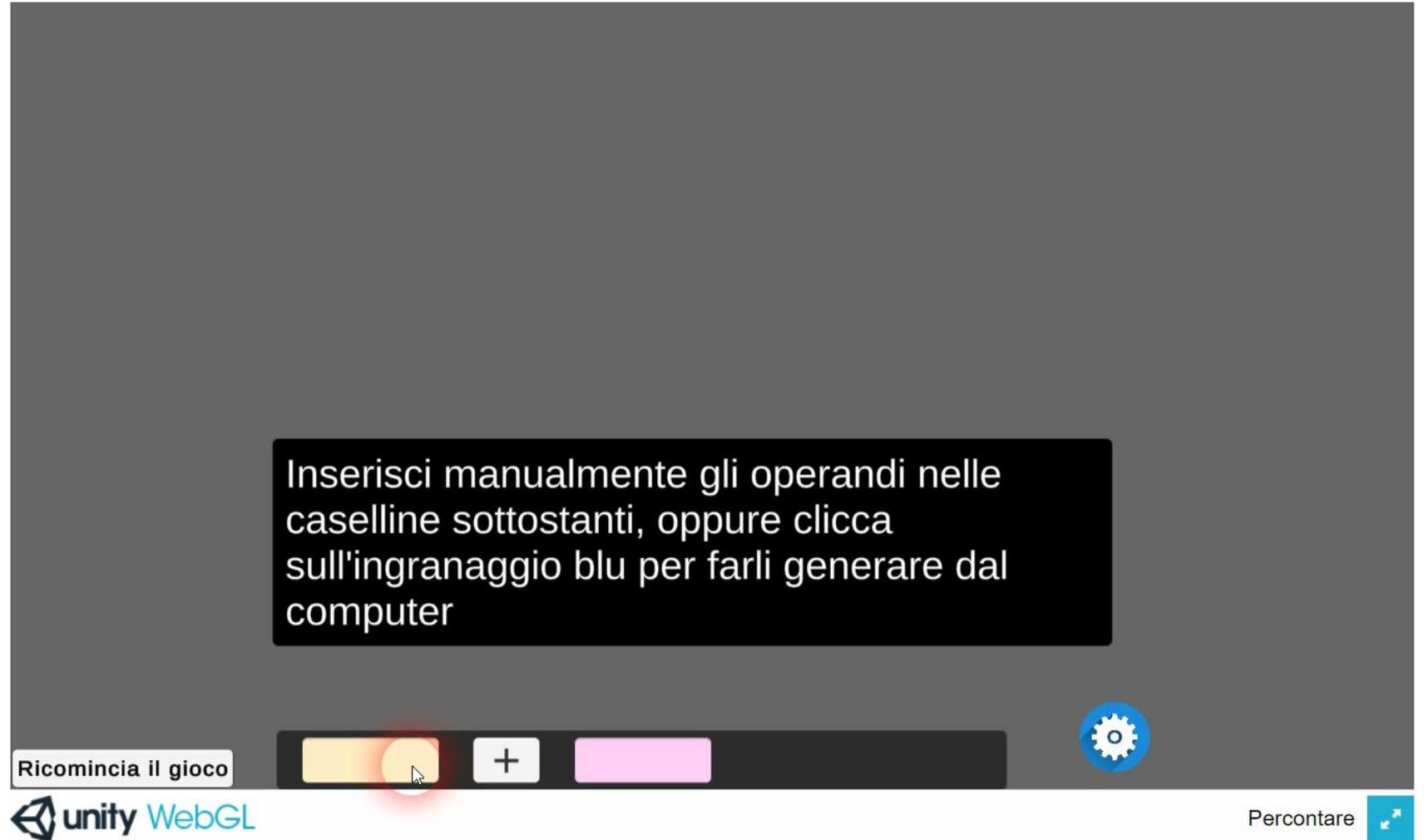
= 5,2



Possiamo vedere il
passaggio anche
con il software...



Video n.7



Inserisci manualmente gli operandi nelle caselle sottostanti, oppure clicca sull'ingranaggio blu per farli generare dal computer

Ricomincia il gioco

unity WebGL

Percontare

Per Contare

Bruchi, bolle, Sottrazioni

Sottrazione senza scomposizioni

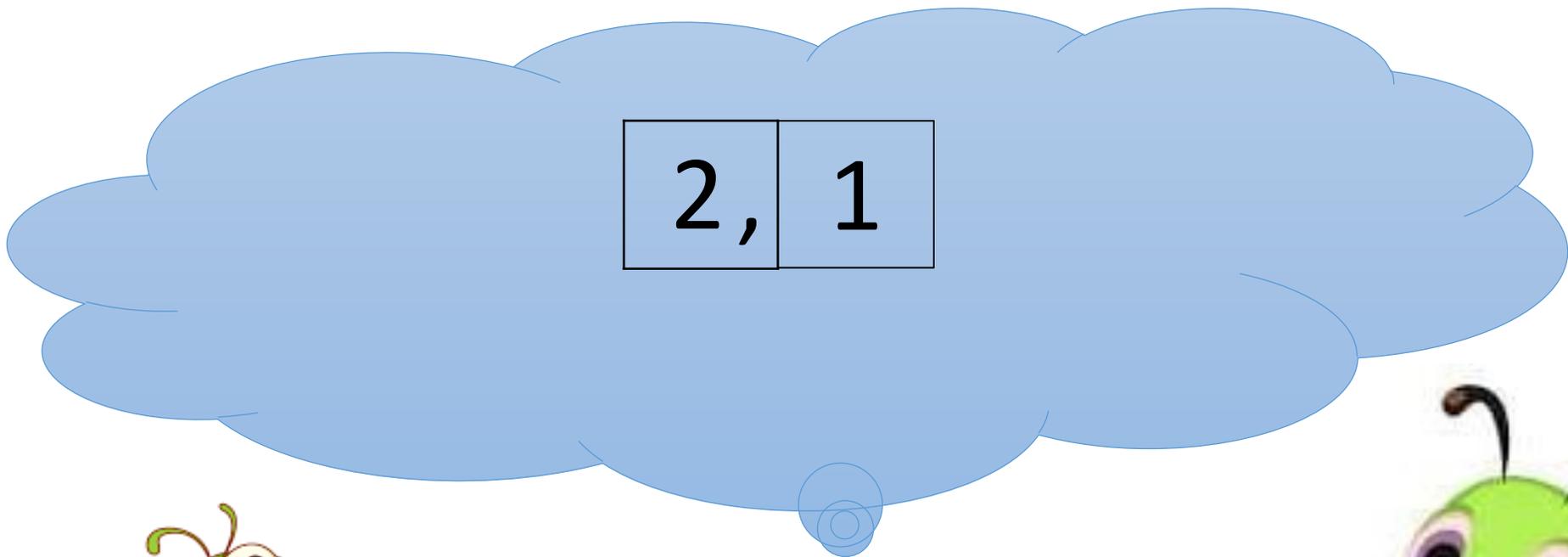


8, 3

—

6, 2





...Ma come avranno fatto???

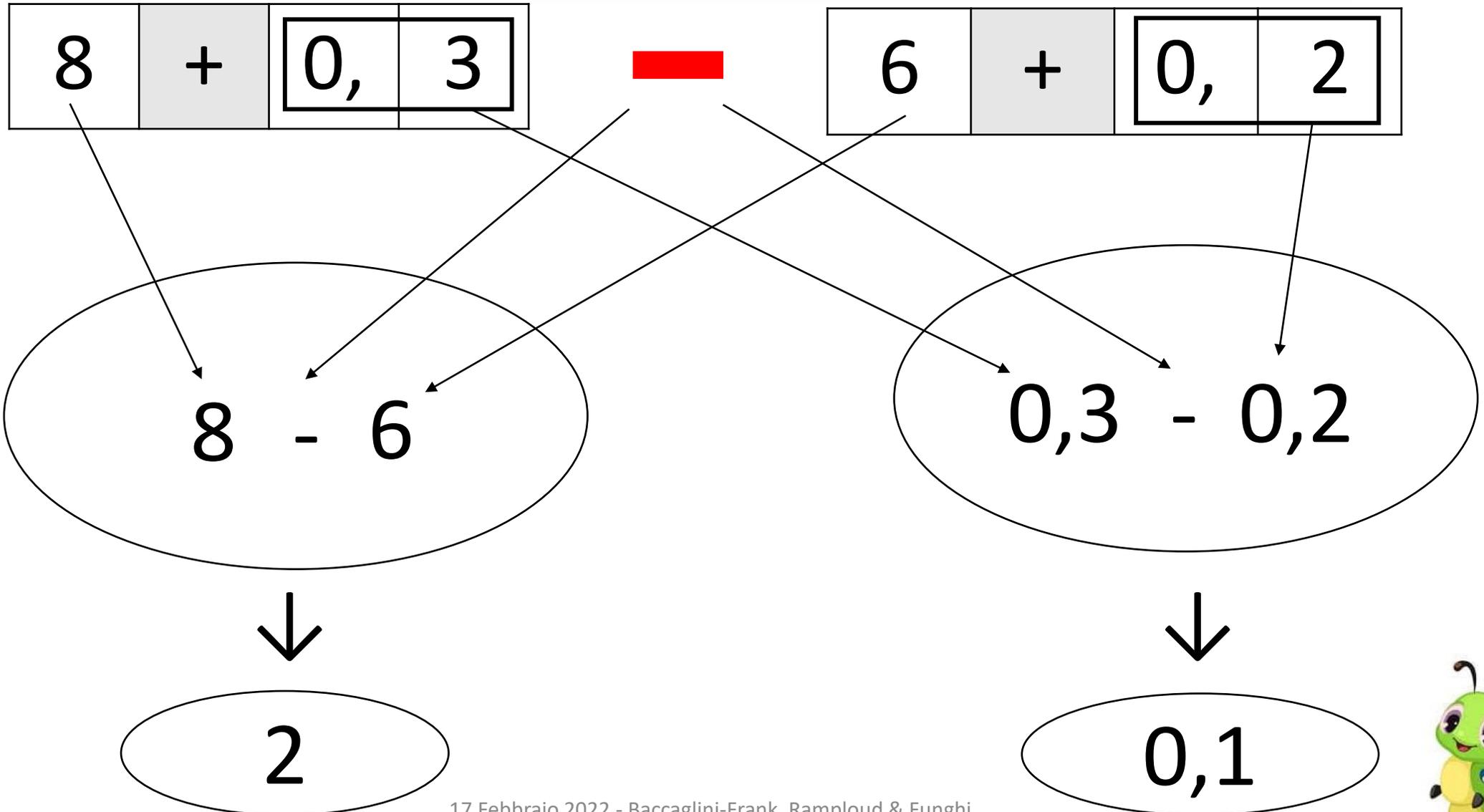


$$8 + 0, 3$$

—

$$6 + 0, 2$$





8	+	0,	3	-	6	+	0,	2
---	---	----	---	---	---	---	----	---

8,3 - 6,2 →

2

↓

0,1

↓

2	+	0,	1
---	---	----	---

= 2,1



P er C ontare

Bruchi, bolle, Sottrazioni

Sottrazione con scomposizioni



8, 3

—

6, 9



1, 4



*...Ma come
avranno fatto???*



$$8 + 0, 3$$

—

$$6 + 0, 9$$



8	+	0,	3
---	---	----	---

-

6	+	0,	9
---	---	----	---

8 - 6

0,3 - 0,9





2

Come si può fare?



8	+	0,	3
---	---	----	---



6	+	0,	9
---	---	----	---

2



$$\frac{1}{10} \times 3 - \frac{1}{10} \times 9$$

I bruchi mi suggeriscono un'altra rappresentazione: se giro le tesserine...



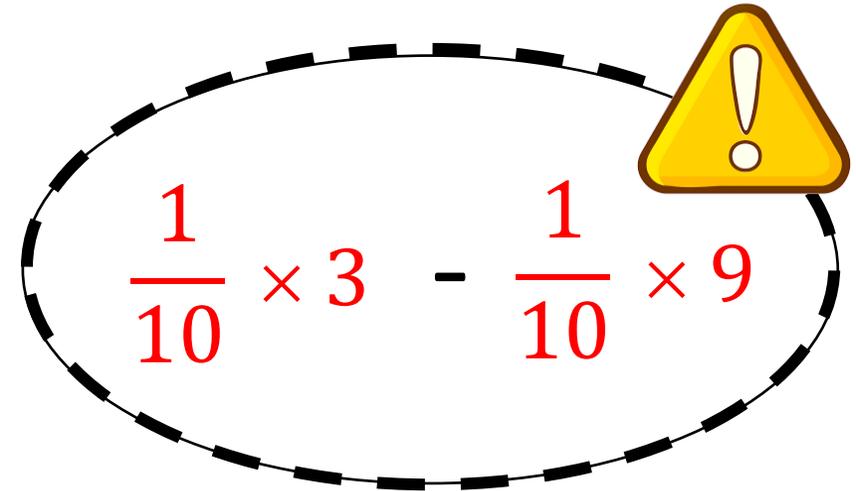
3  B



Togliendo dalla striscia lunga $\frac{1}{10} \times 3$
 una striscia lunga $\frac{1}{10} \times 9$...
 NON LO POSSO FARE!!! Posso solo
 togliere una striscia lunga $\frac{1}{10} \times 3$



Ho tolto una striscia lunga $\frac{1}{10} \times 3$, quindi ho tolto solo 3 decimi
 dei 9 che dovevo togliere...
 Da dove li andiamo a prendere i 6 decimi che mancano??



$$\frac{1}{10} \times 3 - \frac{1}{10} \times 9$$

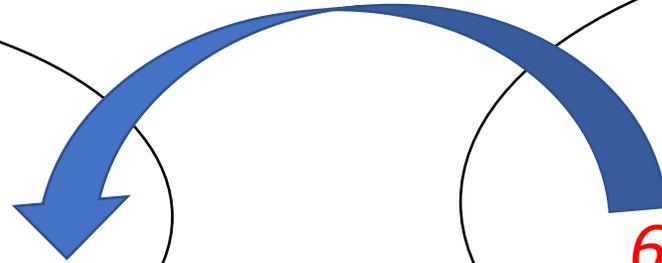


8	+	0,	3
---	---	----	---

—

6	+	0,	9
---	---	----	---

2



Mancano:
6 decimi ; $\frac{1}{10} \times 6$; 0,6

A questo punto posso gestire questo problema in vari modi...



8	+	0,	3	-	6	+	0,	9
---	---	----	---	---	---	---	----	---

$$8,3 - 6,9 \rightarrow \textcircled{1} \textcircled{0,4}$$



8	+	0,	3	-	6	+	0,	9
---	---	----	---	---	---	---	----	---

$8,3 - 6,9 \rightarrow$

1	+	0,	4	=	1,4
---	---	----	---	---	-----

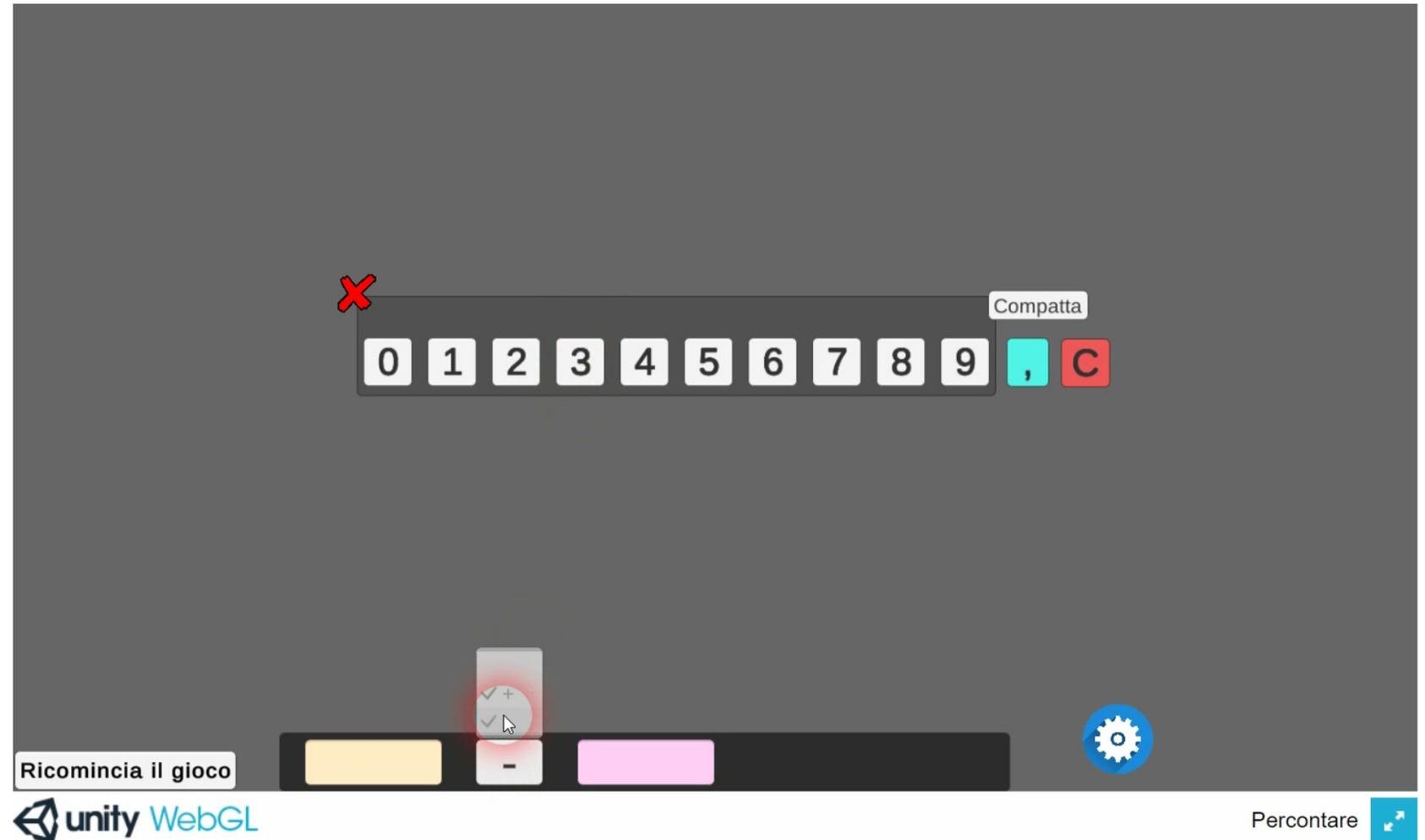
The diagram shows the subtraction process. The result '1' is circled and has an arrow pointing to the first box of the final equation. The result '0,4' is also circled and has an arrow pointing to the second box of the final equation.



Con il software...



Video n.9



8	+	0,	3	-	6	+	0,	9
---	---	----	---	---	---	---	----	---

Da notare:

in questo modo abbiamo incontrato la differenza

$$1 - 0,6 = 0,4$$

anziché la differenza

$$1,3 - 0,9 = 0,4$$

che avremmo incontrato eseguendo l'algoritmo della sottrazione in colonna!



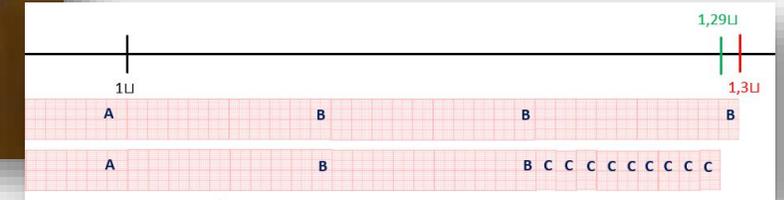
«Tiriamo le somme»...

Gli esempi che abbiamo mostrato intendono sottolineare:

- **Sviluppo dei significati matematici**, inizialmente con casi che coinvolgono numeri con **poche cifre decimali**, per poi estendere (*dimensione inclusiva*);
- Esecuzione iniziale con tutti i passaggi volta al **controllo dei significati** (*elemento importante nella fase iniziale dell'esplorazione e della scoperta, e successivamente nei casi di errori particolari che possono consentire riflessioni ulteriori*);
- Passaggio dalla procedura - pesante e noiosa, ma con significato - all'automatizzazione dei fatti matematici, sfruttando **le strategie scoperte dalle studentesse e dagli studenti**, per alleggerire cognitivamente la procedura (*i significati passano in secondo piano perché già acquisiti*).

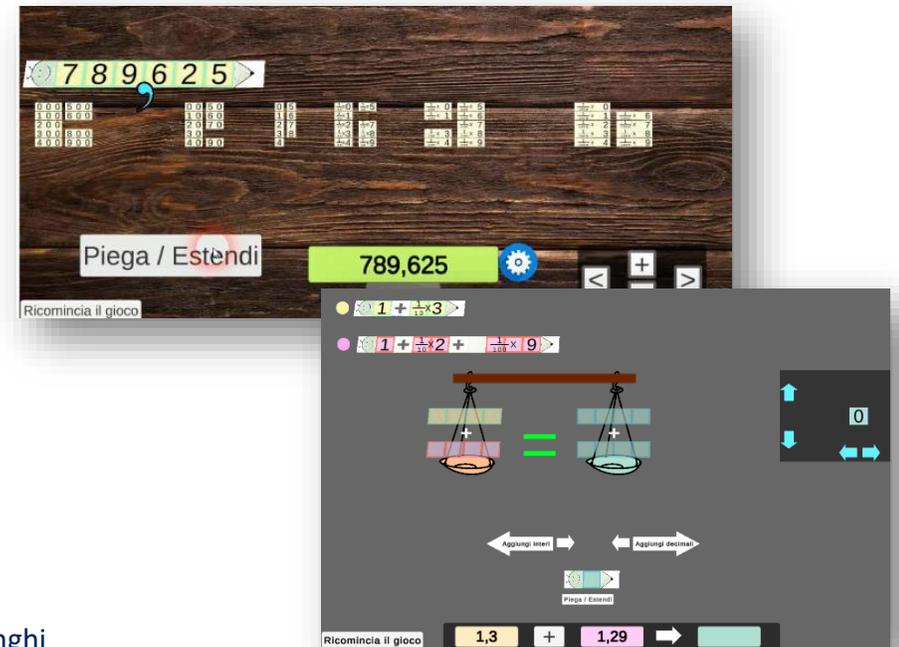
PerContare e processi didattici:

- Artefatti fisici
- Artefatti digitali



L'uso di più artefatti in sinergia consente alle bambine ed ai bambini un'esplorazione estremamente interessante e densa di possibilità di processi di significazione.

In questa prospettiva noi consigliamo di far prendere familiarità ai bambini con l'artefatto fisico per poi utilizzare quello digitale in sinergia.



Un'ultima riflessione... inclusiva

L'inclusione si riferisce a interazioni sociali in cui altri tentano di includere un bambino ~~con disabilità~~ come partecipante ad un focus di attività e o come membro di un gruppo sociale. L'inclusione positiva è definita come il tentativo di includere un bambino ~~disabile~~ nel focus di attività in questione, indipendentemente dal risultato.

E. Ochs, L'inclusione come pratica sociale

Grazie!!!