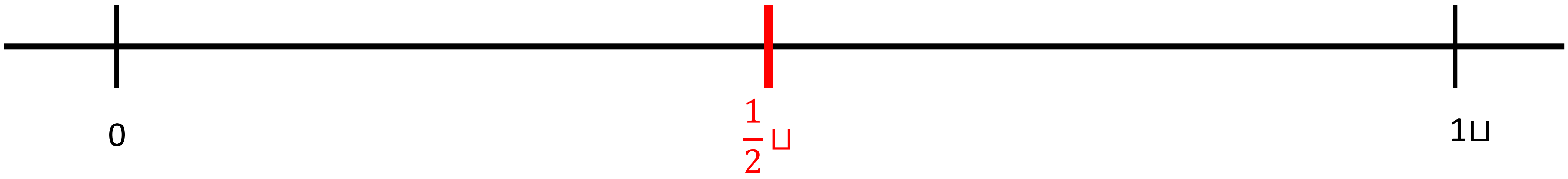
# Due consegne da sperimentare carta e matita…

Prendi la scheda 1 con la retta (altrimenti, disegnala tu su un foglio bianco non quadrettato).

- Come posso fare a posizionare $\frac{5}{8}$ ⊔ *senza usare i moduli*?
- Come posso fare a posizionare $\frac{7}{12}$ ⊔ *senza usare i moduli*?
- Prova a spiegare il ragionamento che hai fatto.

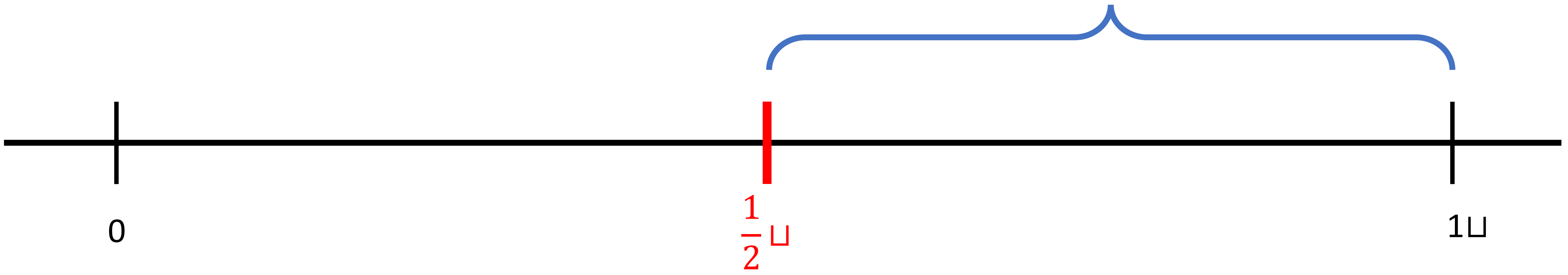
**Si può ragionare per denominatori comuni, ma ci possono essere anche altre strade**

*Posizionare* $\frac{5}{8}$ ⊔ *e* $\frac{7}{12}$ ⊔ *senza usare i moduli…*



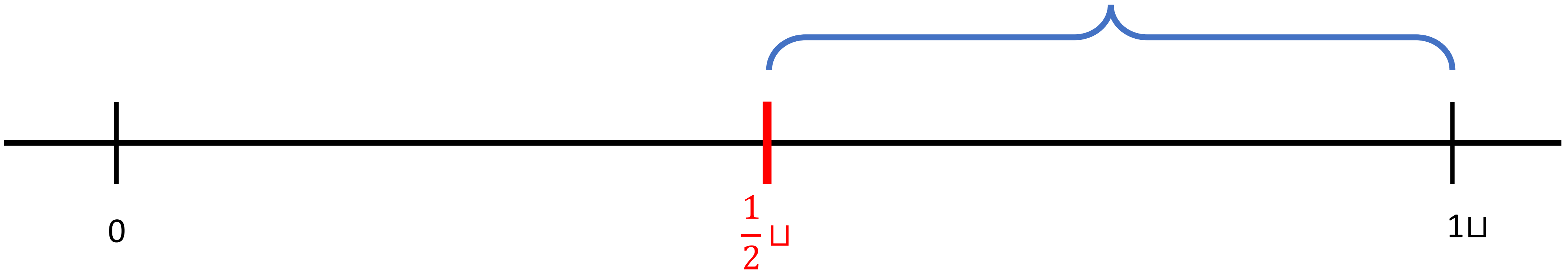

**Uno dei punti di riferimento che si possono utilizzare per la collocazione è ragionare in relazione alla posizione di $\frac{1}{2}$ ⊔ : le due frazioni sono maggiori o minori di $\frac{1}{2}$ ⊔ ?**

*Posizionare* $\frac{5}{8}$ ⊔ *e* $\frac{7}{12}$ ⊔ *senza usare i moduli…*



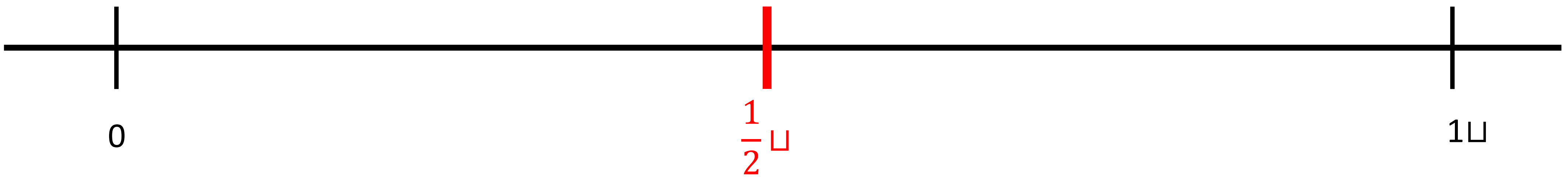

**Siccome so che $\frac{1}{2}$ ⊔ $=$ $\frac{4}{8}$ ⊔ $=$ $\frac{6}{12}$ ⊔ per le precedenti manipolazioni delle frazioni equivalenti, posso dedurre che sia $\frac{5}{8}$ ⊔ sia $\frac{7}{12}$ ⊔ sono maggiori di $\frac{1}{2}$ ⊔ , quindi le rispettive tacche si trovano a destra di $\frac{1}{2}$ ⊔**

*Posizionare* $\frac{5}{8}$ ⊔ *e* $\frac{7}{12}$ ⊔ *senza usare i moduli…*




**Ma essendo entrambe a destra di $\frac{1}{2}$ ⊔, come faccio a capire se è che $\frac{5}{8}$ ⊔ sta più a destra di $\frac{7}{12}$ ⊔, o viceversa?**

# *Posizionare* $\frac{5}{8}\sqcup$ *e* $\frac{7}{12}\sqcup$ *senza usare i moduli…*




$\frac{1}{8}\sqcup$

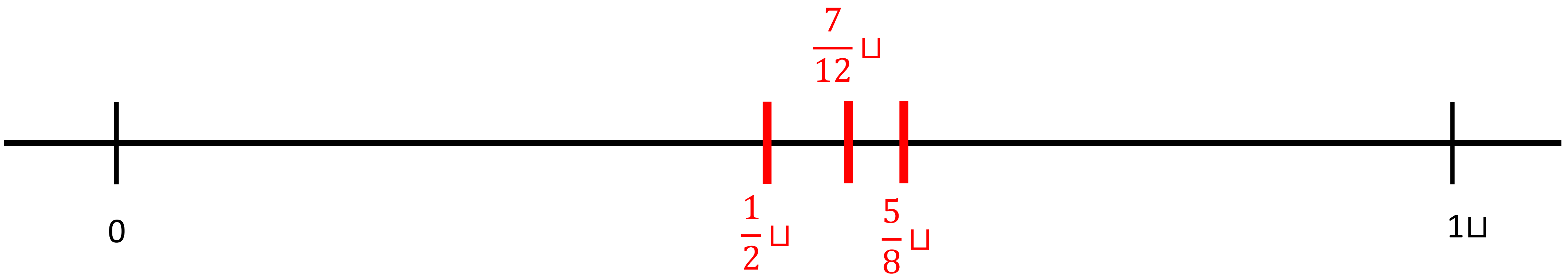
$\frac{1}{12}\sqcup$

$\frac{1}{12}\sqcup < \frac{1}{8}\sqcup$

$\frac{5}{8}\sqcup = \frac{4}{8}\sqcup + \frac{1}{8}\sqcup = \frac{1}{2}\sqcup + \frac{1}{8}\sqcup$, **mentre**

$\frac{7}{12}\sqcup = \frac{6}{12}\sqcup + \frac{1}{12}\sqcup = \frac{1}{2}\sqcup + \frac{1}{12}\sqcup$

## *Posizionare* $\frac{5}{8}\sqcup$ *e* $\frac{7}{12}\sqcup$ *senza usare i moduli…*




$\frac{1}{8}\sqcup$

$\frac{1}{12}\sqcup$

$\frac{1}{12}\sqcup < \frac{1}{8}\sqcup$

$\frac{5}{8}\sqcup = \frac{1}{2}\sqcup + \frac{1}{8}\sqcup$, mentre $\frac{7}{12}\sqcup = \frac{1}{2}\sqcup + \frac{1}{12}\sqcup$

e siccome $\frac{1}{12}\sqcup < \frac{1}{8}\sqcup$ , allora $\frac{1}{2}\sqcup < \frac{7}{12}\sqcup < \frac{5}{8}\sqcup$

# Link – Dove abbiamo parlato di frazioni

- https://www.percontare.it/webinar/
- Webinar Riconnessioni 25 Giugno 2020 (stadera per la classe III)

  https://www.riconnessioni.it/webinar/nuovi-sviluppi-del-progetto-percontare-la-guida-per-la-classe-terza/
- Webinar Riconnessioni 23 Giugno 2021 (stadera e retta delle frazioni a cavallo tra classe III e IV)

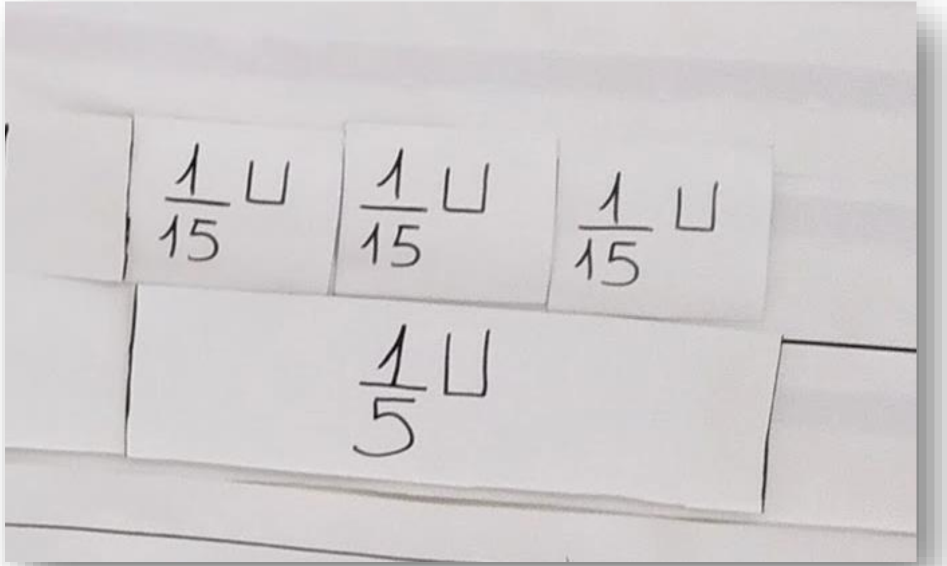
  https://www.riconnessioni.it/webinar/nuovi-sviluppi-del-progetto-percontare-la-guida-per-la-classe-terza-e-quarta/
- Webinar Riconnessioni 16 Settembre 2021 (retta delle frazioni per la classe IV)

  https://www.riconnessioni.it/webinar/progetto-percontare-la-nuova-guida-di-matematica-per-la-classe-quarta-della-primaria/

# Futuri sviluppi

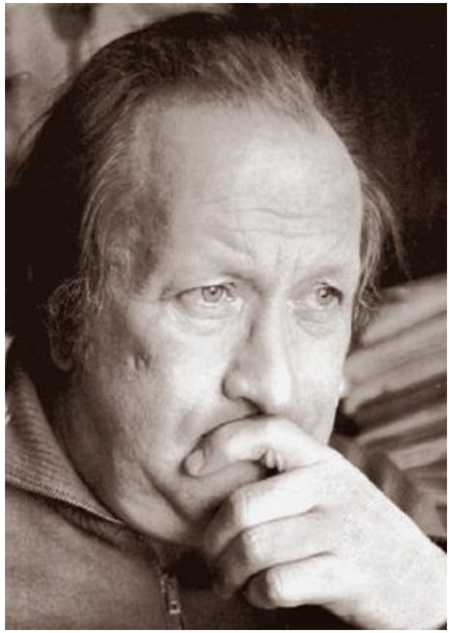
Frazione per lo sviluppo del significato di moltiplicazione/divisione tra numeri decimali ed equivalenze

# Frazione come rapporto




Mentre un bambino stava collocando queste unità frazionarie, un'altro ha detto: «per fare un quinto ce ne vogliono tre di quindicesimi, perché **1/15 è un terzo di un quinto**, basta fare 3x5».
A questo punto si è chiesto al bimbo di spiegare meglio; non riuscendo a trovare le parole giuste, ha fatto un altro esempio: **un mezzo di un terzo è un sesto**, perché se di terzi ce ne vogliono 3, della metà dei terzi ce ne vogliono 6, il doppio.
Abbiamo fatto altri "esperimenti" (la quinta parte di 1/4, la sesta parte di 1/3, la metà di 1/5) ed è venuto fuori dai bimbi, che riuscivano ad anticipare quale unità frazionaria andare a prendere, che se si vuole dividere una unità frazionaria per un'altra unità frazionaria, si sa "cosa metterci" perché basta moltiplicare i denominatori. Questo "muro delle frazioni" ha dato l'opportunità di verificare sempre.

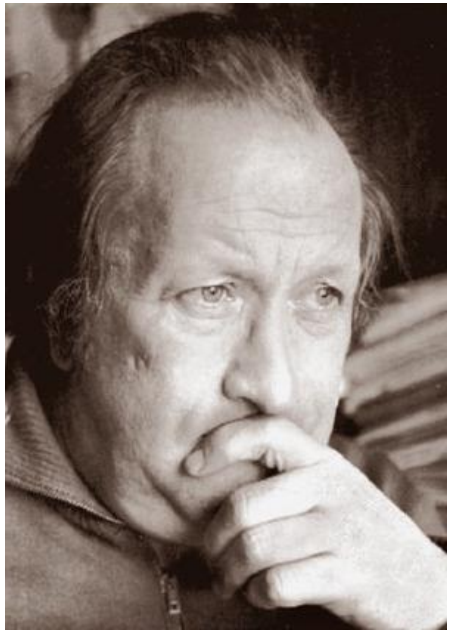
# Frazione come rapporto



**Davydov** propone un **Curriculum ED,** progettato e sperimentato in Russia negli anni Sessanta/Settanta, per la scuola primaria:

- Introdurre prima i **concetti generali** e poi passare alla **descrizione dei casi particolari**
- Nell'ambito della didattica della matematica evidenzia la necessità di introdurre un'**idea di numero che riesca a includere sia numeri naturali che frazioni** (… e anche i numeri reali)

# Frazione come rapporto



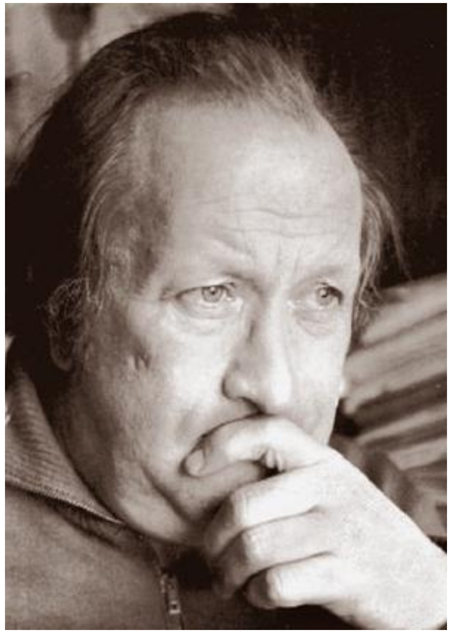
Introduce quindi l'idea del **numero «come misura».**

La **quantità** è una caratteristica che rende confrontabili gli elementi di un insieme.

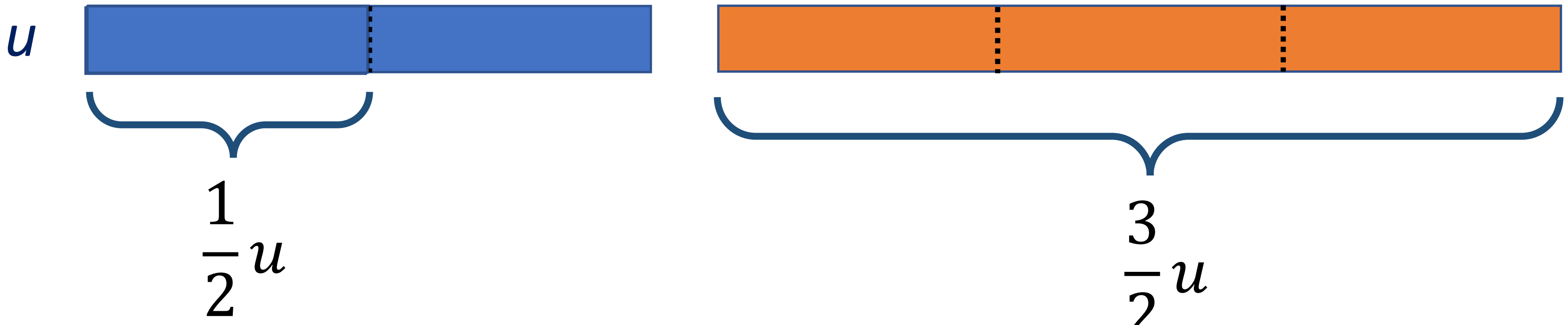
- Una quantità di riferimento viene scelta come **unità di misura** e indicata con una **lettera.**
- I **numeri** vengono introdotti attraverso il **rapporto tra la quantità da misurare e l'unità di misura.**

→ Dal numero per contare al **numero per misurare**

# Frazione come rapporto



Le frazioni vengono introdotte come la **misura di una quantità che è multiplo di una *parte*** dell'unità di misura scelta. L'***intero*** è l'unità di misura.



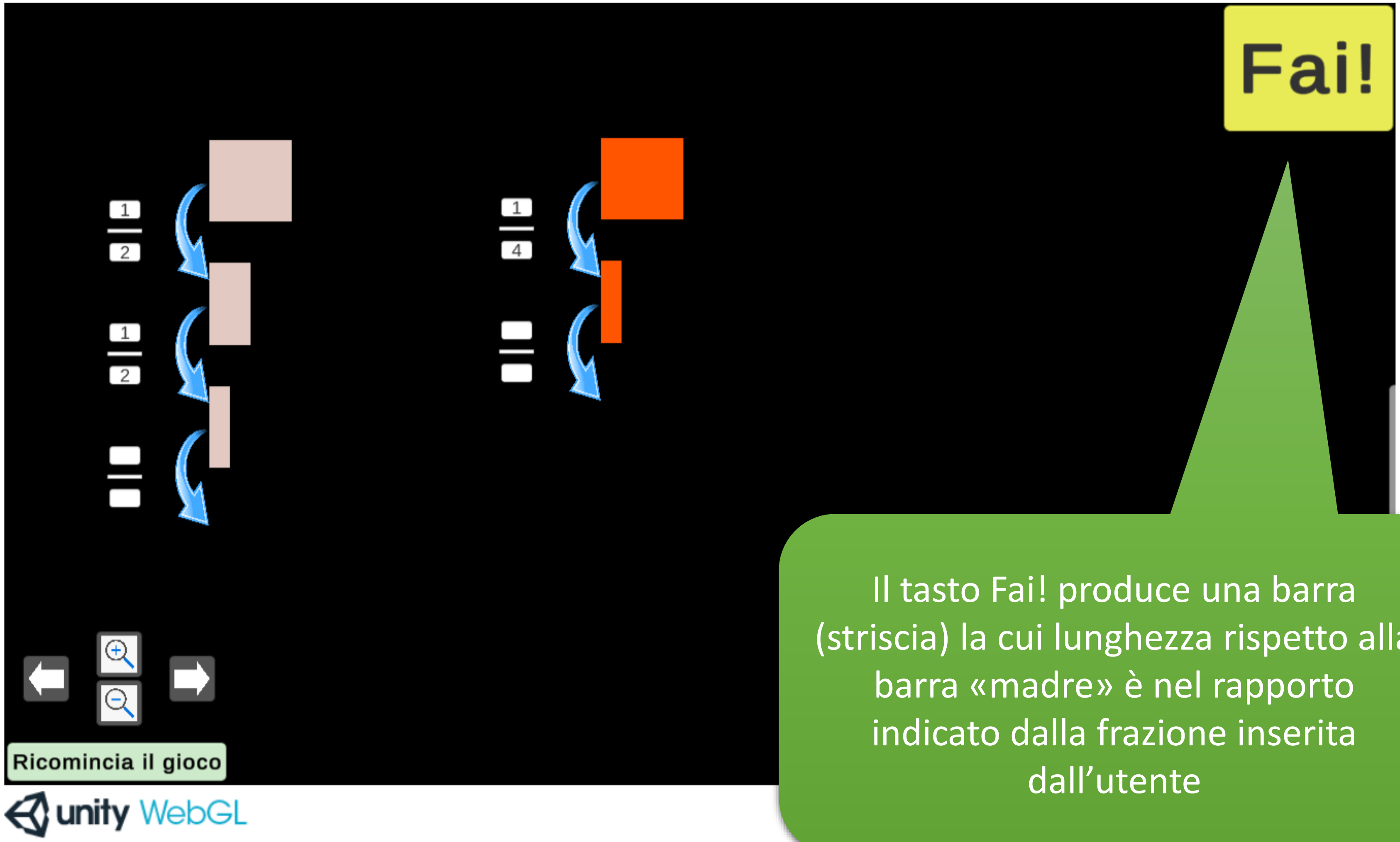

Questo approccio richiama proprio il significato di frazione come **rapporto tra due grandezze:**
il rapporto tra la striscia blu e quella arancione è dato proprio dalla frazione $\frac{3}{2}$

# Frazione come rapporto

**Vantaggi dell'approccio di introdurre le frazioni come rapporti di lunghezze:**

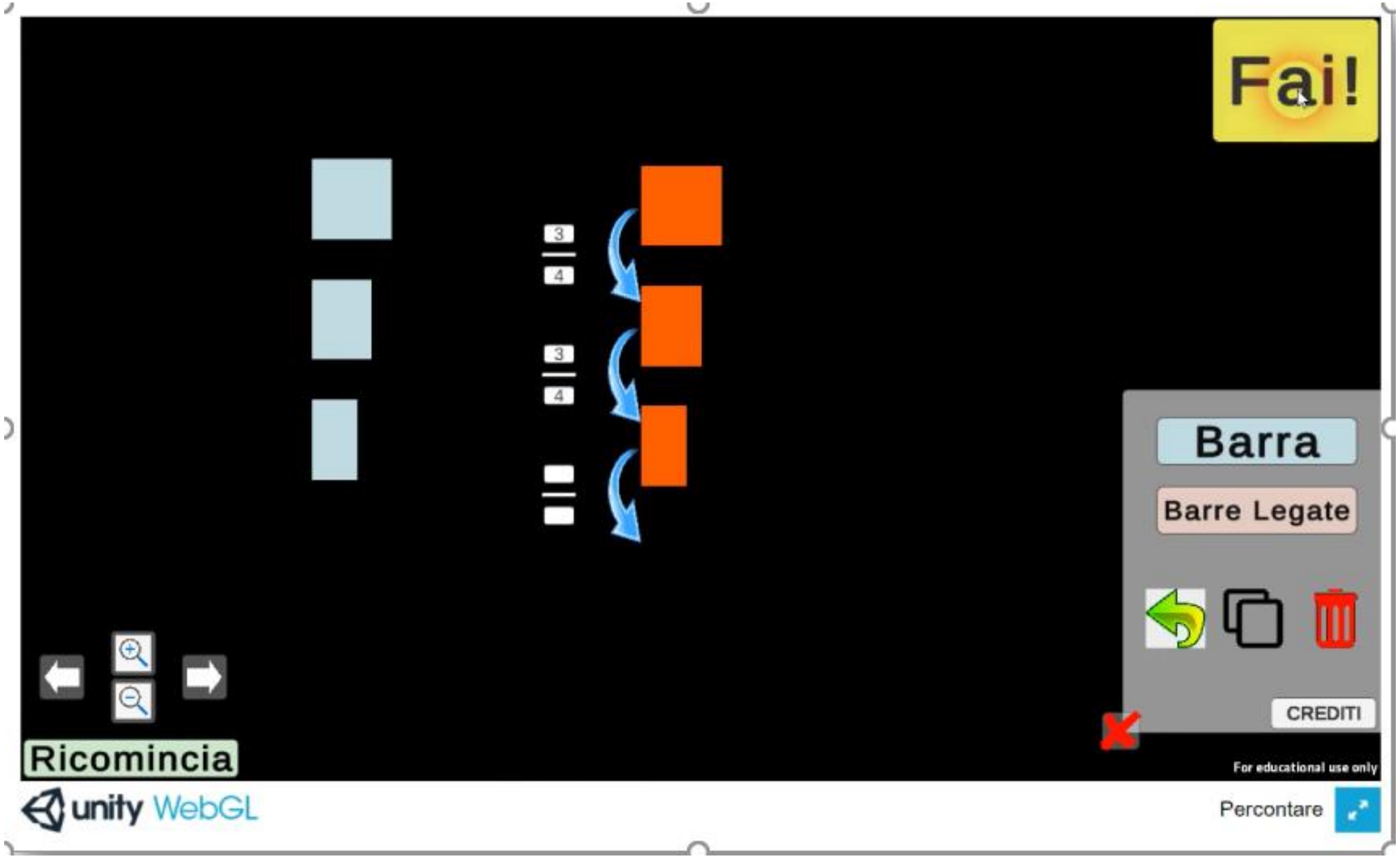
- **Uniformità nell'introduzione** dei numeri naturali e delle frazioni;
- «Uguale» si riferisce chiaramente all'**uguaglianza delle quantità;**
- Le **frazioni maggiori di 1** sono semplicemente misure di quantità superiori all'unità di misura;
- La scelta di una quantità lineare consente una **più immediata relazione con la retta dei numeri;**
- La scelta di una quantità continua permette di esplorare la **densità dei numeri razionali.**

# Il software Fai! – esploriamo rapporti fra lunghezze



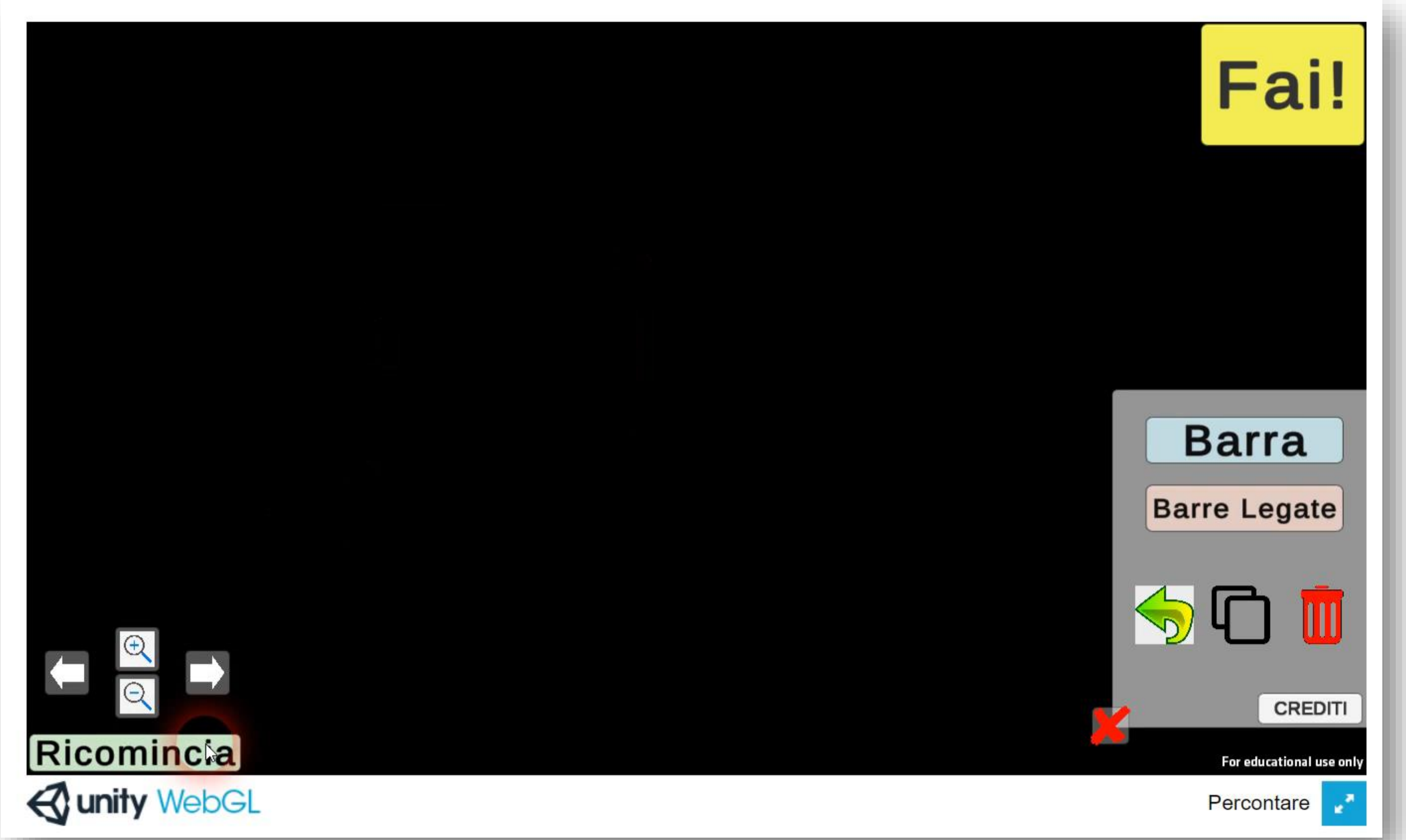

Il tasto Fai! produce una barra (striscia) la cui lunghezza rispetto alla barra «madre» è nel rapporto indicato dalla frazione inserita dall'utente

Riadattato dallo studio di Simon, M. A., Kara, M., Norton, A., & Placa, N. (2018). Fostering construction of a meaning for multiplication that subsumes whole-number and fraction multiplication: A study of the Learning Through Activity research program. *Journal of Mathematical Behavior*, *52*(October 2017), 151–173.




# Il software Fai! – esploriamo rapporti fra lunghezze

Riadattato dallo studio di Simon, M. A., Kara, M., Norton, A., & Placa, N. (2018). Fostering construction of a meaning for multiplication that subsumes whole-number and fraction multiplication: A study of the Learning Through Activity research program. *Journal of Mathematical Behavior*, *52*(October 2017), 151–173.



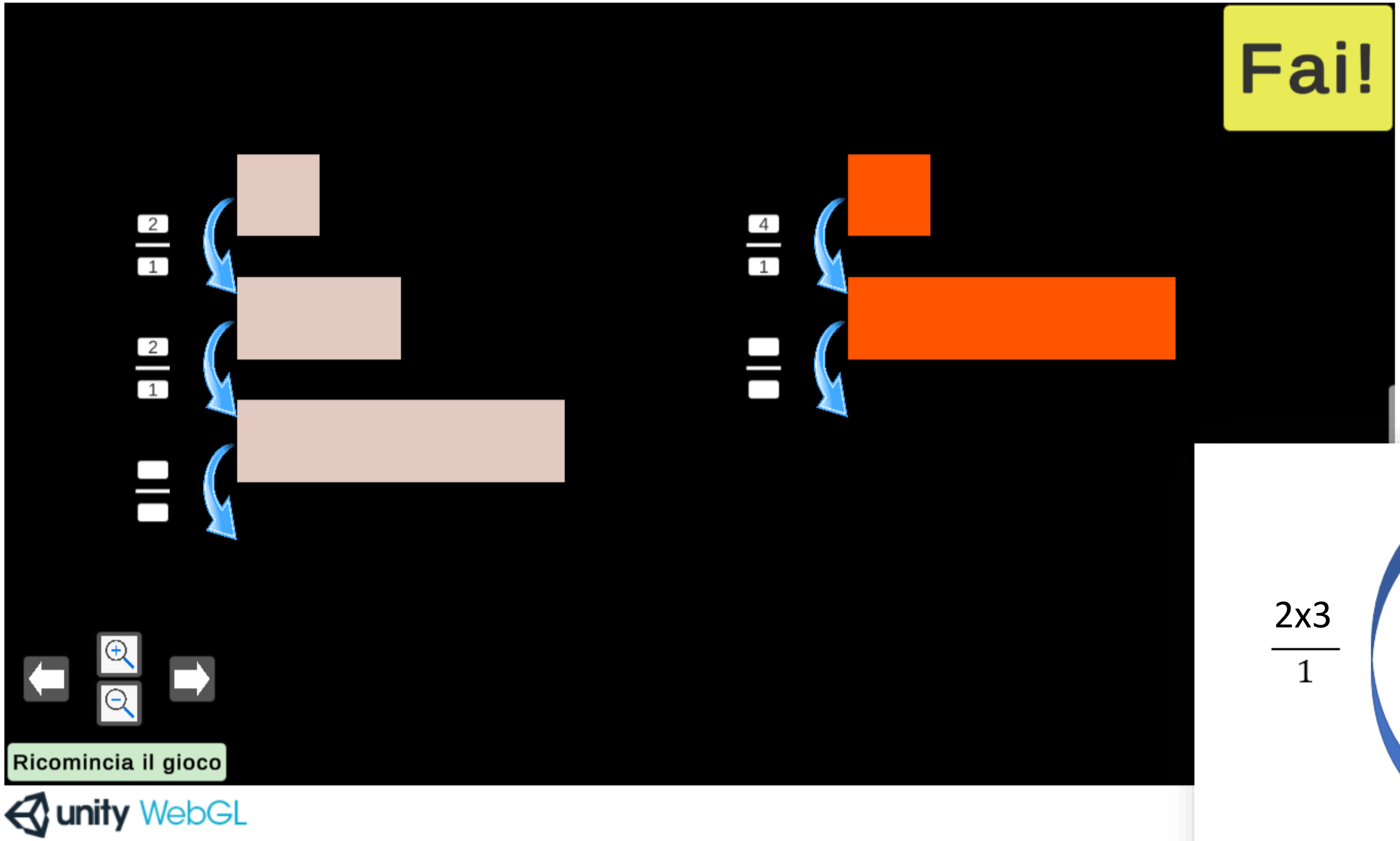

# Il software Fai! – esploriamo rapporti fra lunghezze

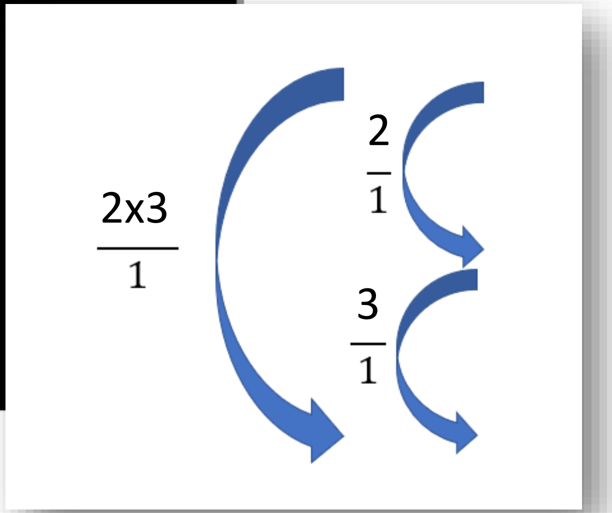
Riadattato dallo studio di Simon, M. A., Kara, M., Norton, A., & Placa, N. (2018). Fostering construction of a meaning for multiplication that subsumes whole-number and fraction multiplication: A study of the Learning Through Activity research program. *Journal of Mathematical Behavior*, *52*(October 2017), 151–173.


# Il software Fai! – esploriamo rapporti fra lunghezze

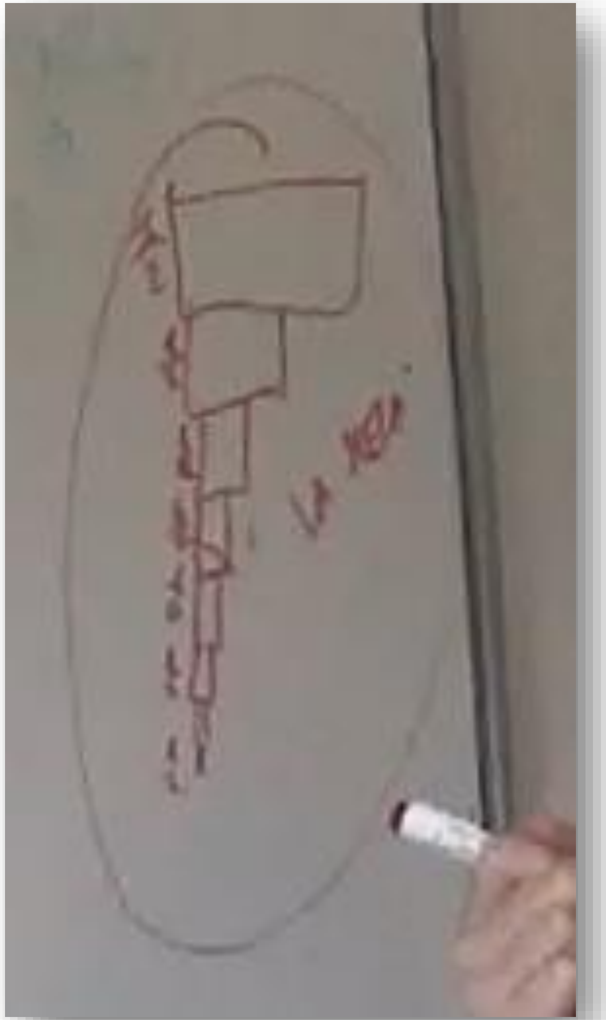
Si possono così sviluppare scritture simboliche situate che via via portino gli studenti a ragionare in termini di relazione tra frazioni

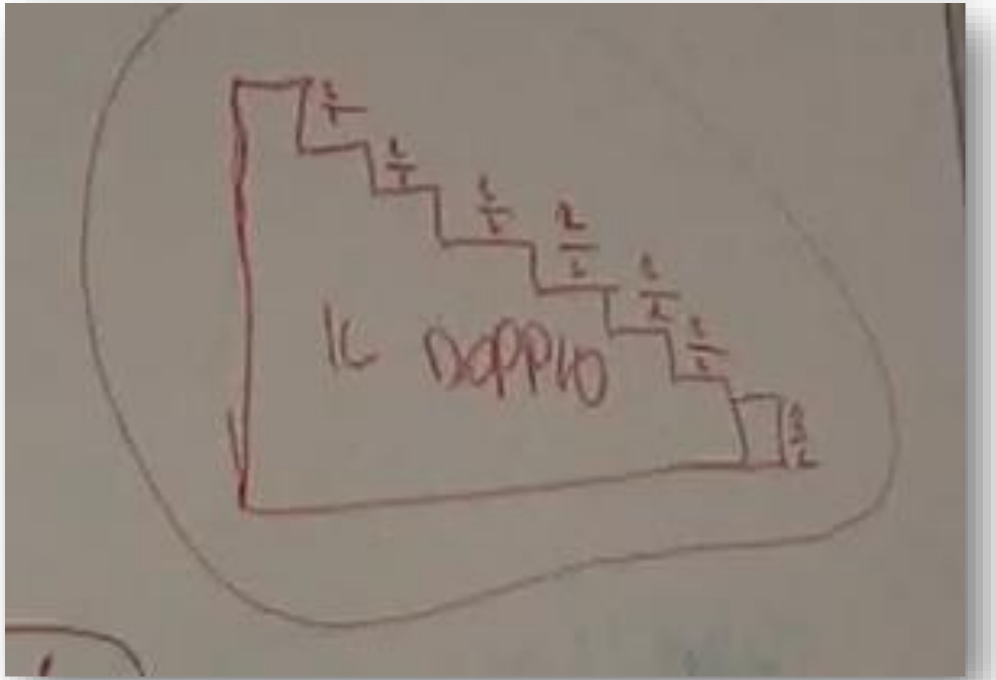
# Il software Fai! – esploriamo rapporti fra lunghezze

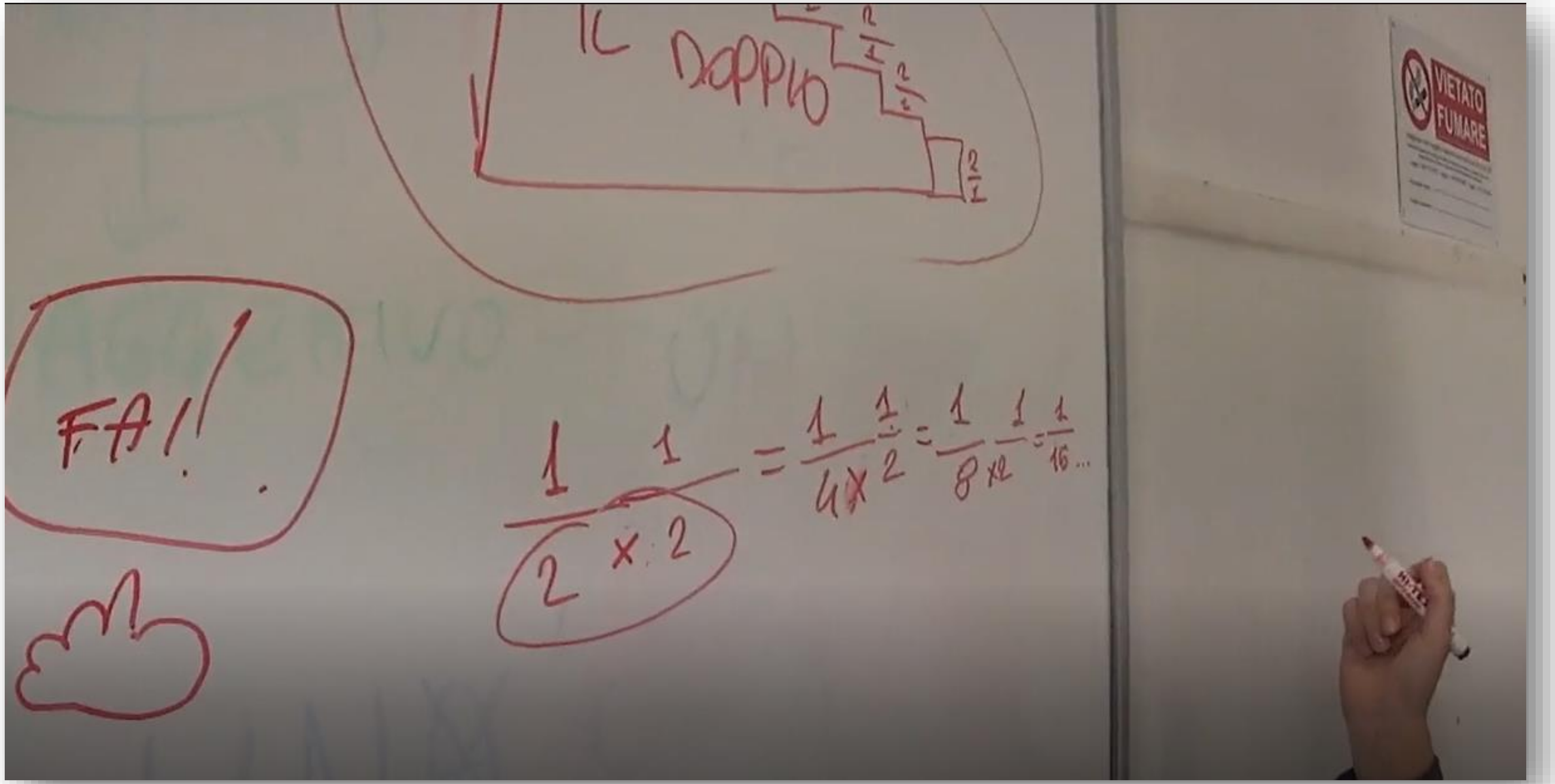


# Da una sperimentazione





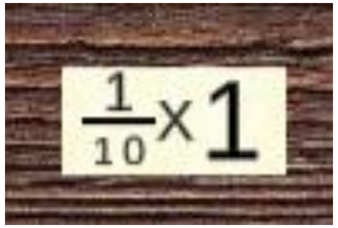



# Video n. 3

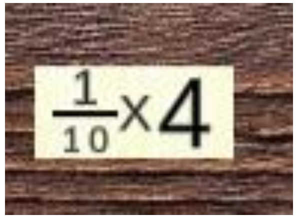
# E per fare 0,1 x 4?

- Il bruco dei decimali permette di costruire la catena di uguaglianze:


x 4 =




x 4 =




=

# E per fare 0,1 x 4?

- Il bruco dei decimali permette di costruire la catena di uguaglianze:

$$0{,}1 \times 4 = \frac{1}{10} \times 4 = 0{,}4$$

- L'addizione ripetuta permette di costruire la catena di uguaglianze:

$$0{,}4 = \frac{1}{10} \times 4 = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{4}{10}$$

# Video n. 4

I: $\frac{1}{10}$ x 4 *non lo sai fare, ma cosa sai fare con la retta delle frazioni?*

B: *So fare* $\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}$ *[…] se faccio* $\frac{1}{10}+\frac{1}{10}$ *sono* $\frac{2}{10}$*, più un altro decimo sono* $\frac{3}{10}$*, più un altro decimo sono* $\frac{4}{10}$ … $\frac{1}{10}$ x 4

# E per fare 0,1 x 4?

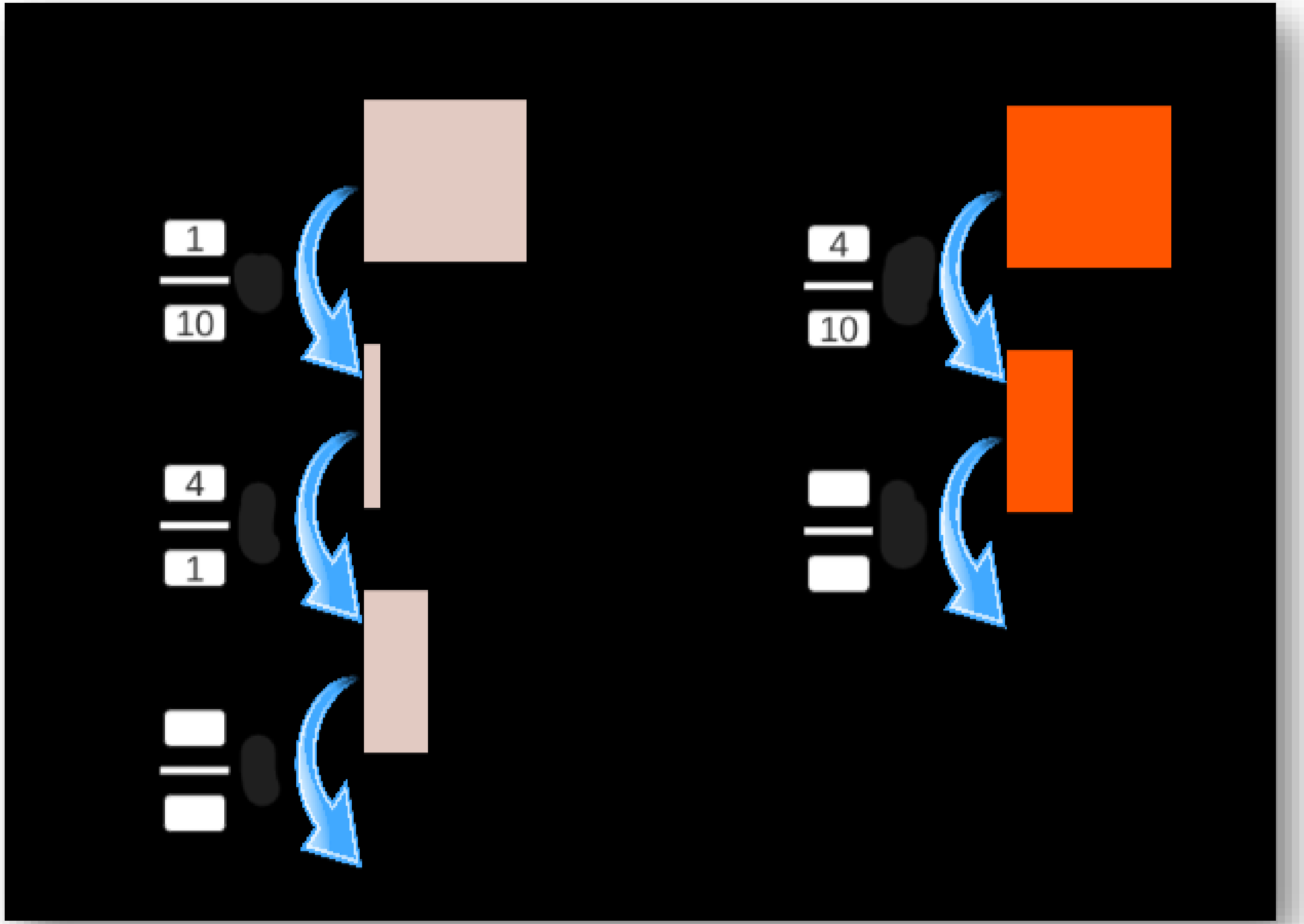
- Il bruco dei decimali permette di costruire la catena di uguaglianze:

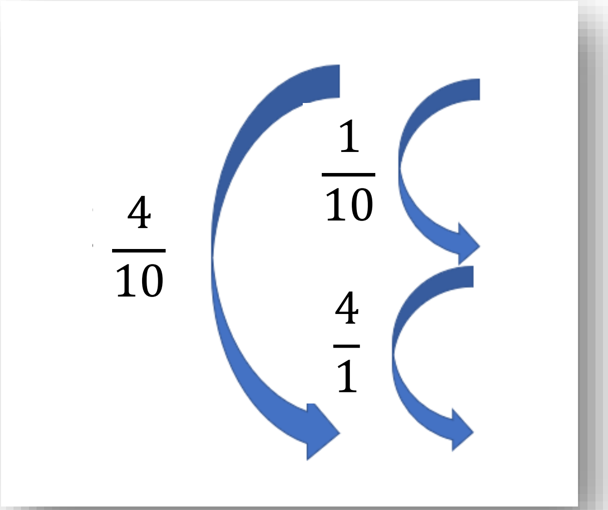
$$0{,}1 \times 4 = \frac{1}{10} \times 4 = 0{,}4$$

- L'addizione ripetuta permette di costruire la catena di uguaglianze:

$$0{,}4 = \frac{1}{10} \times 4 = \frac{4}{10}$$

- E se volessimo utilizzare il software per calcolare questa moltiplicazione? Come potremmo fare?




$$\frac{1}{10} \times \frac{4}{1} = \frac{1}{10} \times 4 = \frac{4}{10}$$

# E per fare 0,1 x 4?

- Il bruco dei decimali permette di costruire la catena di uguaglianze:

$0{,}1 \times 4 = \frac{1}{10} \times 4 = 0{,}4$

- L'addizione ripetuta permette di costruire la catena di uguaglianze:

$0{,}4 = \frac{1}{10} \times 4 = \frac{4}{10}$

- Il software permette di rileggere l'addizione ripetuta «x 4» come applicazione di un «fattore di scala» frazionario, $\frac{4}{1}$ o equivalente, ovvero $\frac{4}{10} = \frac{1}{10} \times 4 = \frac{1}{10} \times \frac{4}{1}$.
- Scopriamo più chiaramente che il software può aiutarci ad effettuare moltiplicazioni di frazioni, viste come **composizioni di rapporti**

# E per fare 0,1 x 0,1?

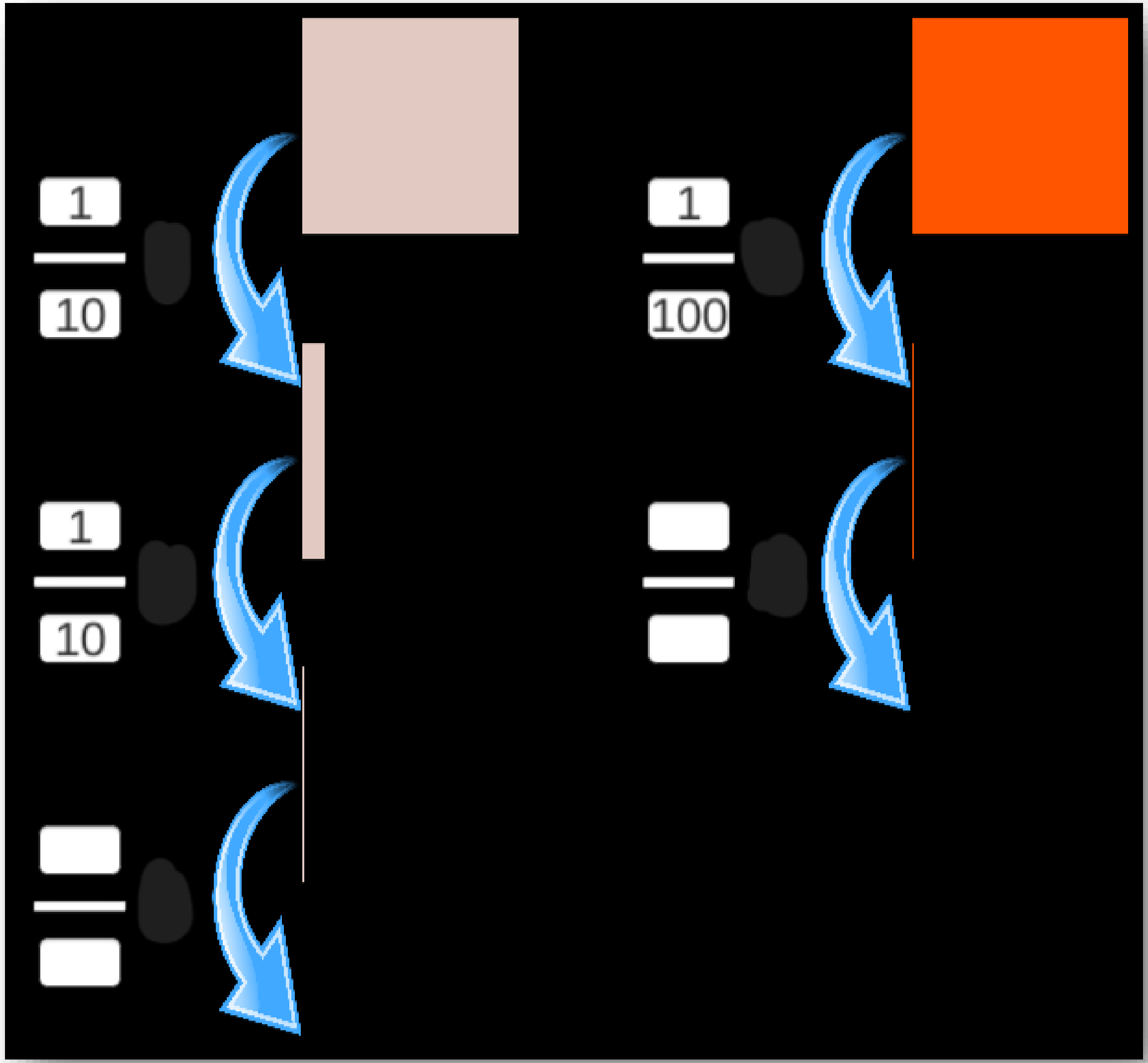
- Il bruco dei decimali ci dice che 0,1 = $\frac{1}{10}$ , quindi possiamo costruire l'uguaglianza:

0,1 x 0,1 = $\frac{1}{10} \times \frac{1}{10}$

- Il software permette di rileggere questa moltiplicazione come applicazione del «fattore di scala» $\frac{1}{10}$ per due volte consecutive, e di verificare che

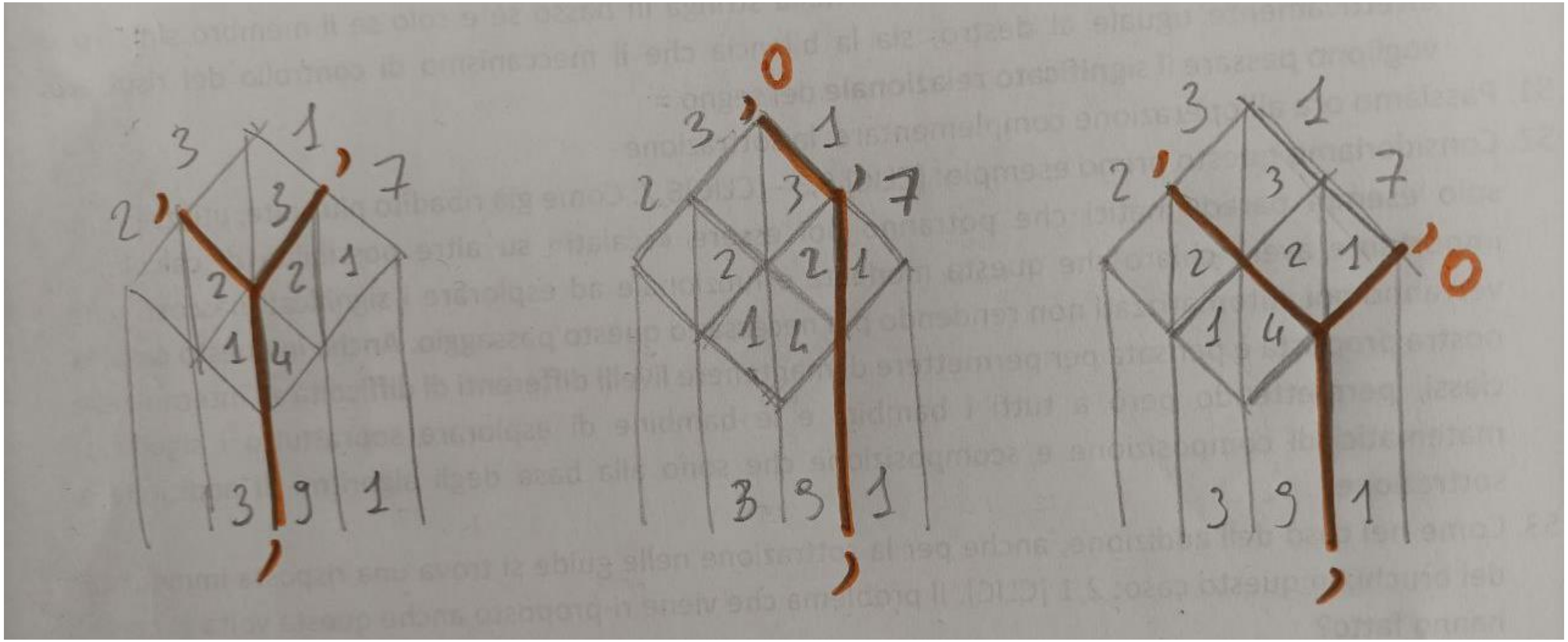
$\frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100}$

- Scopriamo più chiaramente che il software può aiutarci ad effettuare moltiplicazioni di frazioni, viste come **composizioni di rapporti**




$$\frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100}$$

# Moltiplicazione per gelosia - estensione



# Divisione canadese - estensione

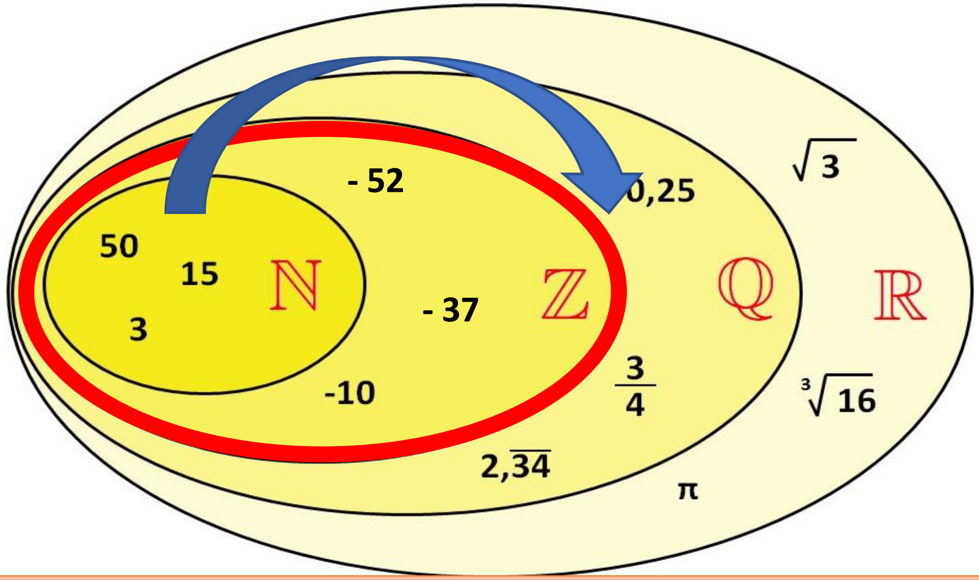
| | |
|---|---|
| 1018 | 8 |
| - 800 | 8x100=800 |
| 218 | |
| - 160 | 8x20=160 |
| 58 | |
| - 56 | 8x7=56 |
| 2 | |

Ma se volessi «uscire» dall'insieme N?

$$1018 = 8 \times (100 + 20 + 7) + 2$$

# Divisione canadese - estensione

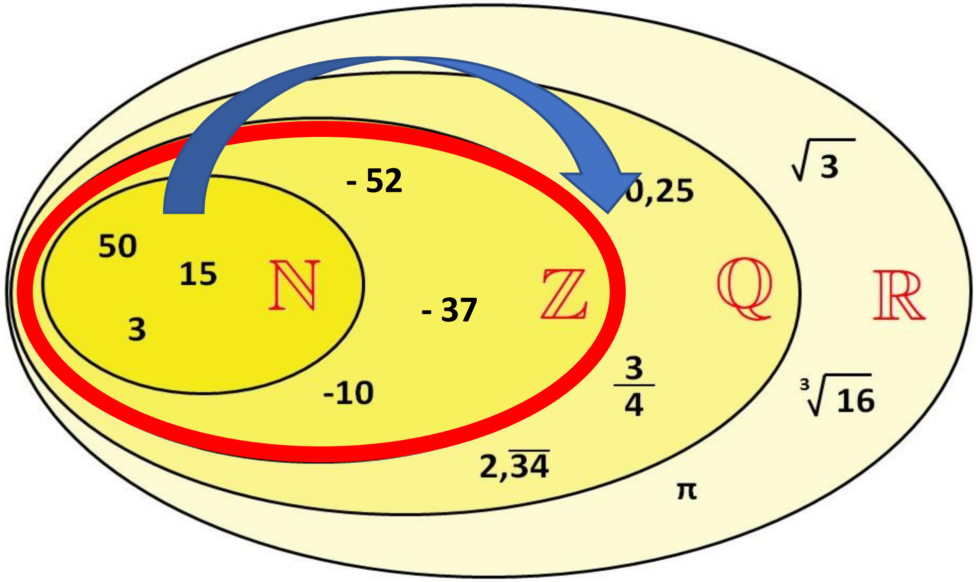
| | | |
|---|---|---|
| 1018 | 8 | |
| - 800 | $8 \times 100 = 800$ | |
| 218 | | |
| - 160 | $8 \times 20 = 160$ | |
| 58 | | |
| - 56 | $8 \times 7 = 56$ | |
| 2 | | |
| - 2 | $8 \times \frac{2}{8} = 2$ | |
| 0 | | |




$$1018 : 8 = 100 + 20 + 7 + \frac{2}{8}$$

# Divisione canadese - estensione

| | |
|---|---|
| 1018 | 8 |
| - 800 | 8x100=800 |
| 218 | |
| - 160 | 8x20=160 |
| 58 | |
| - 56 | 8x7=56 |
| 2 | |
| $-\frac{16}{10}$ | $8x\frac{2}{10}=\frac{16}{10}$ |
| $\frac{4}{10}$ | |
| $-\frac{40}{100}$ | $8x\frac{5}{100}=\frac{40}{100}$ |
| 0 | |




$$1018 : 8 = 100 + 20 + 7 + \frac{2}{10} + \frac{5}{100} = 127{,}25$$

# Prospettiva verticale

Primaria – Dai Traguardi delle Indicazioni Nazionali

- *L'alunno si muove con sicurezza nel calcolo scritto e mentale con i numeri naturali e sa valutare l'opportunità di ricorrere a una calcolatrice.*
- *Riconosce e utilizza rappresentazioni diverse di oggetti matematici (numeri decimali, frazioni, percentuali, scale di riduzione…).*

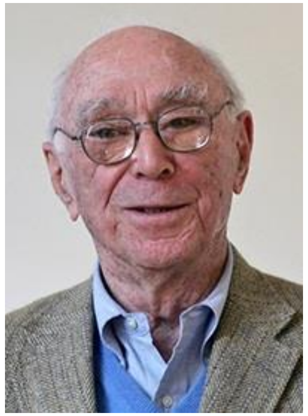
Secondaria di I grado – Dai Traguardi delle Indicazioni Nazionali

- *L'alunno si muove con sicurezza nel calcolo anche con i numeri razionali, ne padroneggia le diverse rappresentazioni e stima la grandezza di un numero e il risultato di operazioni.*

# Prospettiva verticale

- Riprendere gli argomenti trattati «**a spirale**»:

*Far tornare gli alunni in modo ricorrente sugli stessi argomenti, ma con continui cambiamenti di punto di vista: quando si torna al concetto, dopo averlo approfondito, è possibile fare diverse analisi e rappresentazioni di ciò che era stato analizzato in precedenza.*



(Bruner, J. (1960). *The Process of Education. Cambridge, MA: The President and Fellows of Harvard College.* Nostra traduzione)

# Grazie!!